

Andrzej Szychowski

.....
Imię i nazwisko

ZAŁĄCZNIK 2A

**AUTOREFERAT PRZEDSTAWIAJĄCY OPIS DOROBKU
I OSIĄGNIĘĆ NAUKOWYCH W JĘZYKU POLSKIM**

Kielce, dnia 14 września 2016 r.

SPIS TREŚCI

1. Imię i nazwisko	2
2. Posiadane dyplomy i stopnie naukowe	2
3. Przebieg pracy zawodowej	2
4. Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003r. o stopniach naukowych i tytule naukowym	3
a) <i>Tytuł osiągnięcia naukowego</i>	3
b) <i>Publikacje i inne prace wchodzące w skład osiągnięcia naukowego</i>	3
c) <i>Omówienie celu naukowego i osiągniętych wyników</i>	5
1) Wprowadzenie	6
2) Część I – stateczność sprężystości zamocowanych płyt (ścianek) przekroju cienkościennego przy wzdłużnej zmienności naprężeń	9
2.1. Koncepcje uwzględnienia wpływu wybożenia lokalnego	9
2.2. Warunki brzegowe płyt (ścianek) składowych	14
2.3. Stopień sprężystego zamocowania przeciw obrotowi	14
2.4. Funkcje ugięcia płyt	15
2.5. Stan naprężeń membranowych	22
2.6. Naprężenia krytyczne	26
2.7. Wykresy płytowych współczynników wybożeniowych	28
2.8. Postacie wybożenia „płyt krytycznych” przy wzdłużnej zmienności naprężeń	34
2.9. Wzory aproksymacyjne współczynnika k	37
2.10. Podsumowanie części I	45
3) Część II – metoda „płyty krytycznej” (CPM)	47
3.1. Wprowadzenie	47
3.2. Założenia metody „płyty krytycznej”	51
3.3. Definicja „płyty krytycznej”	52
3.4. Warunki brzegowe „płyty krytycznej”	54
3.5. Rodzaje płyt usztywniających	55
3.6. Naprężenia krytyczne	57
3.7. Procedura obliczeniowa metody płyty krytycznej (CPM)	58
3.8. Przykłady obliczeniowe i porównanie CPM z wynikami doświadczalnymi	59
3.9. Podsumowanie części II	60
5. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo – badawczych, wynalazczych oraz organizacyjnych	65
5.1. Działalność naukowo – wynalazcza prowadzona przed uzyskaniem stopnia doktora	65
5.2. Działalność naukowo – badawcza związana z uzyskaniem stopnia doktora	69
5.3. Inna działalność naukowo – badawcza po uzyskaniu stopnia doktora	70
5.4. Działalność dydaktyczno – organizacyjna	70
6. Syntetyczne podsumowanie osiągnięć	72

AUTOREFERAT

1. Imię i nazwisko: Andrzej Szychowski

2. Posiadane dyplomy i stopnie naukowe

Magister inżynier – Politechnika Świętokrzyska, Wydział Budownictwa Lądowego, kierunek Budownictwo, specjalność: Konstrukcje Budowlane i Inżynierskie. Praca magisterska *Energoaktywne struktury przestrzenne*, promotor: prof. zw. dr hab. inż. Z. Kowal, **z wyróżnieniem**, Kielce 1991

Doktor inżynier – Politechnika Świętokrzyska, Wydział Budownictwa Lądowego, Nauki Techniczne, dyscyplina Budownictwo, Praca doktorska: *Lokalna nośność krytyczna nieswobodnie skręcanych prętów cienkościennych o przekroju otwartym*. Kielce 2001. **Nagroda Ministra Edukacji Narodowej i Sportu, indywidualna**, Warszawa, dnia 1 października 2002 r.

3. Przebieg pracy zawodowej

01.10.1991 – 31.12.2001 – asystent, Katedra Budownictwa Metalowego i Teorii Konstrukcji, Wydział Budownictwa Lądowego, Politechnika Świętokrzyska w Kielcach.

01.01.2002 – 30.09.2015 – adiunkt, Katedra Budownictwa Metalowego i Teorii Konstrukcji, Wydział Budownictwa Lądowego, Politechnika Świętokrzyska w Kielcach.

01.10.2015 – do chwili obecnej – starszy wykładowca, Katedra Mechaniki, Konstrukcji Metalowych i Metod Komputerowych, Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Świętokrzyska w Kielcach

4. Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. nr 65, poz. 595 ze zm.)

a) Tytuł osiągnięcia naukowego:

„Wyboczenie lokalne i nośność metalowych przekrojów cienkościennych klasy 4. przy wzdłużnej zmienności naprężeń”

b) Publikacje i inne prace wchodzące w skład osiągnięcia naukowego

Cykl publikacji powiązanych tematycznie:

1. **Szychowski A.** Computation of thin-walled cross-section resistance to local buckling with the use of the critical plate method, *Archives of Civil Engineering*, 2016, Vol. LXII, Issue 2, 229-264, [DOI:10.1515/ace-2015-0077](https://doi.org/10.1515/ace-2015-0077), **punktacja MNiSW = 15.**
Publikacja samodzielna, udział 100%
2. **Szychowski A.** Stability of cantilever walls of steel thin-walled bars with open cross-section”, *Thin-Walled Structures*, 2015, Vol. 94, 348-358,
[DOI:10.1016/j.tws.2015.04.029](https://doi.org/10.1016/j.tws.2015.04.029), **IF =2.063, punktacja MNiSW = 35.**
Publikacja samodzielna, udział 100%
3. **Szychowski A.** The stability of eccentrically compressed thin plates with a longitudinal free edge and with stress variation in the longitudinal direction, *Thin-Walled Structures*, 2008, 46(5), 494-505, [DOI:10.1016/j.tws.2007.10.009](https://doi.org/10.1016/j.tws.2007.10.009), **IF =0.788, punktacja MNiSW = 20** (obecnie 35).
Publikacja samodzielna, udział 100%
4. **Szychowski A.** Buckling of the stiffened flange of the thin-walled member at longitudinal stress variation, *Archives of Civil Engineering*, 2015, Vol. LXI, Issue 3, 149-168,
[DOI:10.1515/ace-2015-0031](https://doi.org/10.1515/ace-2015-0031), **punktacja MNiSW = 15.**
Publikacja samodzielna, udział 100%

5. **Szychowski A.** Stateczność mimośrodowo ściskanej ścianki wspornikowej elementu cienkościennego”, *Journal of Civil Engineering, Environment and Architecture* (JCEEA), 2015, t. XXXII, z. 62 (3/II/2015), 439-457, [DOI:10.7862/rb.2015.167](https://doi.org/10.7862/rb.2015.167), **punktacja MNiSW = 9.**

Publikacja samodzielna, udział 100%

6. **Szychowski A.** Lokalne wyboczenie ścianki wspornikowej elementu cienkościennego przy wzdłużnej i poprzecznej zmienności naprężeń, *Budownictwo i Architektura*, 2015, t.14, z.2, 113–121, **punktacja MNiSW = 6.**

Publikacja samodzielna, udział 100%

7. Potrzezsz-Sut B., **Szychowski A.** Neuronowa predykcja współczynnika wyboczeniowego ścianki przęsłowej elementu cienkościennego”, *Konstrukcje betonowe i metalowe* (rozdział w monografii), Wydawnictwo Uczelniane Uniwersytetu Technologiczno – Przyrodniczego w Bydgoszczy, Bydgoszcz 2015, 259 – 266, **punktacja MNiSW = 4.**

Mój wkład w powstanie pracy: autorstwo pomysłu i koncepcji pracy, współudział w rozpoznaniu literatury, opis zjawiska i opracowanie modelu obliczeniowego, opracowanie programu do generowania tablic współczynników wyboczeniowych, współudział w opracowaniu wniosków. Mój udział procentowy szacuję na 50%.(0 pkt.).

8. Potrzezsz-Sut B., **Szychowski A.** Neural approximation of the buckling coefficient of compression flange of box girder evenly loaded transversely, *Applied Mechanics and Materials*, 2015, Vol. 797, 137–144, [DOI:10.4028/www.scientific.net/AMM.797.137](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.797.137). **punktacja MNiSW = 0** (dotychczas 7 pkt)

Mój wkład w powstanie pracy: autorstwo pomysłu i koncepcji pracy, współudział w rozpoznaniu literatury, opis zjawiska i opracowanie modelu obliczeniowego, opracowanie programu do generowania tablic współczynników wyboczeniowych, współudział w opracowaniu wniosków. Mój udział procentowy szacuję na 50%.(0 pkt.).

9. **Szychowski A.** Stateczność niesymetrycznie sprężyste zamocowanych płyt przęsłowych przy wzdłużnej zmienności naprężeń, *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej*

Nr 283, Seria: Budownictwo i Inżynieria Środowiska, 2012, Zeszyt 59, Nr 3/2012/II, 429-436, **punktacja MNiSW = 4.**

Publikacja samodzielna, udział 100%

10. **Szychowski A.** Miejscowa utrata stateczności ściskanej półki cienkościennego kształtownika giętego, *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej* Nr 276, Seria: Budownictwo i Inżynieria Środowiska, 2011, Zeszyt 58, Nr 3/2011/II, 307-314, **punktacja MNiSW = 4.**

Publikacja samodzielna, udział 100%

Inne prace (opublikowane w materiałach konferencyjnych) i powiązane tematycznie z cyklem publikacji

11. **Szychowski A.** Coefficients of local buckling of the compressed flange of a cold-formed member. *In: Proceedings of the 2nd Polish-Ukrainian International Conference on Current Problems in Metal Structures*, Gdańsk, Poland, 27-28 November 2014, 229-232.

Praca samodzielna, udział 100%

12. **Szychowski A.** Buckling of internal walls in thin-walled members. *Materiały Konferencji Naukowo – Technicznej: Konstrukcje Metalowe „ZK 2014”*, Kielce – Suchedniów 2-4 lipca 2014, 81-84.

Praca samodzielna, udział 100%

13. **Szychowski A.** Stateczność ściskanego pasa dźwigara skrzynkowego przy wzdłużnej zmienności naprężeń. *In: Proceedings of the 12TH International Conference on Metal Structures*, Wrocław, Poland, 15-17 June 2011, 202–211..

Praca samodzielna, udział 100%

c) Omówienie celu naukowego i osiągniętych wyników

1. Wprowadzenie

Metalowe elementy cienkościennie o przekroju klasy 4. są powszechnie stosowane w budownictwie metalowym, przemyśle samochodowym, maszynowym, okrętowym lub lotniczym. Rozwój technologii wytwarzania oraz teorii projektowania umożliwił wykonanie budowlanych konstrukcji cienkościennych, których bezpieczeństwo jest nie mniejsze niż w konstrukcjach klasycznych. Stosowanie stali o coraz wyższej wytrzymałości skłania projektantów konstrukcji cienkościennych do stosowania elementów o coraz mniejszej grubości ścianek i charakteryzujących się małym ciężarem. W związku z tym, w konstrukcjach cienkościennych występuje: 1) zmniejszenie zużycia stali, 2) wygodny transport lekkich elementów, 3) skrócenie czasu montażu oraz, 4) ogólna oszczędność kosztów budowy. Ponadto stosowane technologie produkcji dają możliwość dość swobodnego kształtowania przekroju w celu uzyskania korzystnych charakterystyk geometrycznych w stosunku do masy elementu. Zastosowanie kształtowników cienkościennych (giętych na zimno lub spawanych) jest uzasadnione zarówno względami wykonawczymi jak również ekonomicznymi. W przypadku kształtowników giętych na zimno można wyróżnić dwa podstawowe zastosowania w konstrukcjach metalowych: 1) do detali architektoniczno–budowlanych (np. ościeżnice, bramy przemysłowe, elementy wykończeniowe ścian osłonowych, schody, regały itp.) oraz, 2) jako elementy nośne konstrukcji o małych lub średnich rozpiętościach (np. płatwie i rygle ściennie konstrukcji obudowy, konstrukcje szkieletowe w budynkach jedno lub dwukondygnacyjnych, konstrukcje hal o rozpiętościach do 24 m, elementy konstrukcyjne przekryć strukturalnych, konstrukcje rozbieralne itp.)¹. W wielu przypadkach elementy cienkościennie stanowią uzupełnienie (wypełnienie) konstrukcji o przekrojach grubościennych (klasy 1, 2 lub 3). Dla przykładu, ramy poprzeczne hali zbudowane z kształtowników walcowanych na gorąco i współpracujące z cienkościennymi płatwiami i ryglami ściennymi oraz blachą fałdową pokrycia. Natomiast cienkościennie konstrukcje spawane mają zastosowanie m.in. w blachownicach o bisymetrycznym lub monosymetrycznym przekroju dwuteowym, przekrojach skrzynkowych słupów lub belek, jako podciągi stropów, belki podsuwnicowe, dźwigary mostowe i inne. Stosowane są również układy nośne, w których ramy poprzeczne są wykonane z cienkościennych elementów spawanych (np. o zmiennej wysokości przekroju), a płatwie i pokrycie są wykonane z elementów cienkościennych giętych na zimno.

¹ Bródka J., Broniewicz M., Giżejowski M., Kształtowniki gięte. Poradnik projektanta. Polskie Wydawnictwo Techniczne, 2006.

W prętowych elementach cienkościennych zachodzą złożone zjawiska niestateczności zarówno na poziomie przekroju lub segmentu pręta (wyboczenie lokalne, wyboczenie dystorsyjne), jak również na poziomie całego elementu konstrukcyjnego (wyboczenie giętne, giętno – skrętne lub zwichrzenie). Każda z tych postaci charakteryzuje się odrębną formą występujących przemieszczeń oraz inną długością półfali wyboczenia. Długość krytyczna wyboczenia lokalnego jest rzędu wymiarów przekroju poprzecznego ($l_{cr}^L \approx b$), długość wyboczenia dystorsyjnego jest średnio o jeden rząd wielkości większa (np. $l_{cr}^D \approx 7-11b$), a długość wyboczenia ogólnego (giętnego, giętno – skrętnego lub zwichrzenia) jest rzędu rozpiętości elementu lub odległości pomiędzy stężeniami ($l_{cr}^O \approx l$). Przekrój poprzeczny tej klasy elementu cienkościennego jest na ogół złożony ze smukło – płytowych ścianek, które w analizie można modelować wprost jako płyty. W takich elementach, przy obciążeniach prostych lub złożonych, występują przypadki, w których płyty składowe przekroju są osiowo lub mimośrodowo ścisane albo „tarczowo” zginane w swojej płaszczyźnie. Jednocześnie w wielu technicznie ważnych przypadkach, **występuje zmienność naprężeń w kierunku długości pręta.**

Wyboczenie lokalne i/lub wyboczenie dystorsyjne, a także w wielu przypadkach, interakcja obu postaci poprzedza i warunkuje nośność graniczną tej klasy elementów konstrukcyjnych. W większości technicznie ważnych przypadków profili giętych na zimno występują zjawiska wyboczenia lokalnego i dystorsyjnego, a także interakcja obu postaci i ewentualnej ogólnej utraty stateczności. Natomiast w kształtownikach cienkościennych spawanych z blach na ogół występuje wyboczenie lokalne oraz interakcja wyboczenia lokalnego z wyboczeniem ogólnym.

W aktualnie obowiązującej normie europejskiej EC3-1-3² (dotyczącej wymiarowania elementów giętych na zimno) zjawiska wyboczenia lokalnego i wyboczenia dystorsyjnego (pomimo różnic w długościach wyboczeniowych) uwzględnia się poprzez redukcję nośności przekroju. Stosuje się tutaj metodę szerokości efektywnej (dla wyboczenia lokalnego) oraz metodę zredukowanego pola usztywnienia krawędziowego (lub pośredniego), którą w zasadzie można sprowadzić do metody „grubości zredukowanej” (dla wyboczenia dystorsyjnego). Natomiast ogólną utratę stateczności uwzględnia się za pomocą współczynnika redukcyjnego obliczanego na podstawie smukłości względnej elementu.

Do oszacowania szerokości efektywnych wg normy EC3-1-5³ wyznacza się naprężenia krytyczne wyboczenia lokalnego dla poszczególnych płyt. Zakłada się przy tym, że płyty te

² PN-EN 1993-1-3. Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-3: Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno.

³ PN-EN 1993-1-5. Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-5: Blachownice.

nie oddziałują na siebie, tzn. są przegubowo podparte na wzdłużnych krawędziach łączenia. Ponadto w obliczeniach pomija się, często występujący w praktyce, efekt wzdłużnej zmienności naprężeń.

Przyjęcie takich uproszczeń prowadzi w wielu technicznie ważnych przypadkach do niedoszacowania nośności przekroju cienkościennego.

Szerokość efektywna półki, od strony usztywnienia krawędzi swobodnej oraz szerokość efektywna samego usztywnienia, służą także pośrednio do oszacowania naprężeń krytycznych wyboczenia dystorsyjnego. Na tej podstawie wyznacza się grubość zredukowaną jego części składowych. Po uwzględnieniu obu zjawisk, otrzymuje się efektywny przekrój poprzeczny (złożony z odpowiednich szerokości efektywnych i grubości zredukowanych) służący do obliczania odpowiednich charakterystyk przekroju (np. A_{eff} , W_{eff}).

W związku z powyższym, poprawne wyznaczenie naprężeń krytycznych wyboczenia lokalnego nabiera szczególnego znaczenia. Stanowi bowiem podstawę do wyznaczenia: 1) szerokości efektywnych poszczególnych płyt (ścianek), 2) naprężeń krytycznych wyboczenia dystorsyjnego (zastępczy przekrój usztywnienia składa się z odpowiednich szerokości efektywnych), oraz 3) ogólnej smukłości względnej elementu (którą wyznacza się w oparciu o nośność charakterystyczną przekroju efektywnego oraz nośność krytyczną wyboczenia ogólnego).

W wyżej wymienionym osiągnięciu naukowym p.t. „**Wyboczenie lokalne i nośność metalowych przekrojów cienkościennych klasy 4. przy wzdłużnej zmienności naprężeń**”, które zamieszczono w cyklu publikacji powiązanych tematycznie [1-13], zaprezentowałem własne badania teoretyczne oraz opracowane na ich podstawie metody obliczeniowe.

Prace stanowiące w/w osiągnięcie naukowe można w zasadzie podzielić na dwie, wzajemnie się uzupełniające części.

W części pierwszej [2-13] zamieszczono metodykę wyznaczania naprężeń krytycznych dla płyt (ścianek) składowych przekrojów cienkościennych. Uwzględniono w niej efekty sprężystego zamocowania krawędzi podłużnych oraz efekt wzdłużnej zmienności naprężeń.

W części drugiej [1] przedstawiono oryginalną metodę obliczania „lokalnej” nośności krytycznej przekroju cienkościennego (tzn. wyznaczonej z warunku wyboczenia lokalnego) oraz nośności granicznej przekroju cienkościennego z uwzględnieniem do-

kładniejszego modelu obliczeniowego. Uwzględniono w nim efekt wzajemnego sprężystego zamocowania płyt składowych (ścianek) przekroju cienkościennego oraz wpływ efektu wzdłużnej zmienności naprężeń.

Wyżej wymieniony monotematyczny cykl publikacji stanowi podsumowanie moich własnych badań naukowych na temat lokalnej utraty stateczności oraz nośności prętowych elementów cienkościennych.

2. Część I – Stateczność sprężystie zamocowanych płyt (ścianek) przekroju cienkościennego przy wzdłużnej zmienności naprężeń

2.1. Koncepcje uwzględnienia wpływu wyboczenia lokalnego

W obliczeniach stateczności lokalnej metalowych elementów cienkościennych o przekroju klasy 4. wg w/w norm europejskich przyjęto koncepcję separacji płyt (ścianek) składowych przy założeniu ich swobodnego podparcia na podłużnych krawędziach łączenia. Dla tak wydzielonych płyt wyznacza się naprężenia krytyczne osobno dla każdej z nich. W tym ujęciu, nośność krytyczna przekroju, wyznaczona z warunku wyboczenia lokalnego, zależy od naprężeń krytycznych najsłabszej płyty dla modelu jej swobodnego podparcia. Po wyznaczeniu smukłości względnych poszczególnych płyt (ścianek) wyznacza się odpowiednie szerokości efektywne, które „składa” się z powrotem w efektywny przekrój poprzeczny elementu cienkościennego. Jest to podejście odmienne w stosunku do wyboczenia dystorsyjnego. W modelu obliczeniowym tego drugiego zjawiska założono istnienie obrotowo – sprężystej więzi na połączeniu, np. krawędziowo usztywnionej półki i środka. W drugim etapie wpływ więzi obrotowej przelicza się na sprężystą więź translacyjną usytuowaną w środku ciężkości przekroju efektywnego usztywnienia. Norma EC3-1-3 w rozdziale 5.3 (Tablica 5.2.) zezwala na modelowanie ścianek z obrotowymi i translacyjnymi więziami sprężystymi, nie podając jednak żadnych rozwiązań dotyczących wyboczenia lokalnego. W tym względzie odsyła projektanta do modelu obliczeniowego wg normy EC3-1-5, co sprowadza się do przyjęcia koncepcji separacji swobodnie podpartych płyt. Jedynie w przypadku jednozagięciowego usztywnienia krawędziowego (odgięcia), w normie EC3-1-3 przyjęto uproszczony schemat sprężystego zamocowania ścianki wspornikowej w półce przekroju, pozwalający na przyjęcie wyższej wartości współczynnika k (np. 0.5 w miejsce 0.43). Nie jest to jednak podejście uni-

wersalne, gdyż w przypadku znacznej smukłości płytowej półki może dojść do jej wcześniejszego wyboczenia lokalnego. W takim przypadku nie stanowi już ona sprężystego zamocowania dla odgięcia, co (przy przyjęciu np. $k = 0.5$) może prowadzić do zbyt optymistycznego oszacowania jego szerokości efektywnej. **Opracowana przeze mnie metoda „płyty krytycznej”, opisana w części II [1], pozwala na uniknięcie takiej sytuacji.**

Badania doświadczalne całych przekrojów, obliczenia metodą elementów skończonych lub metodą pasm skończonych oraz badania teoretyczne pokazują, że w rzeczywistym przekroju cienkościennym (np. giętym na zimno), w trakcie wyboczenia lokalnego występuje zjawisko wzajemnego sprężystego zamocowania sąsiednich płyt.

Jak pokazały badania własne, zamieszczone w w/w cyklu publikacji [1-13], efekt ten może zostać uwzględniony w modelu obliczeniowym.

Można sformułować hipotezę, że o wyboczeniu lokalnym przekroju (w różnych stanach obciążenia) decyduje „najsłabsza” płyta. Jest ona na ogół sprężysto zamocowana przeciw obrotowi w sąsiedniej płycie „mocniejszej”, przy czym więzi sprężystego zamocowania występują na podłużnych krawędziach ich łączenia. W pracy [1] takie ścianki nazwano odpowiednio „płytą krytyczną” („critical plate” CP) oraz „płytą usztywniającą” („restraining plate” RP). Wyboczona „płyta krytyczna” (CP) wymusza ugięcie płyty usztywniającej (RP), gdyż w wypadku ich sztywnego połączenia, na wspólnej krawędzi zachowane są warunki zgodności przemieszczeń (kątów obrotu) i sił (momentów). Daje to „wrażenie”, że wszystkie płyty przekroju wybaczą się równocześnie, ale ugięcia „płyty krytycznej” w umiarkowanym stanie nadkrytycznym są na ogół kilku krotnie większe od wymuszonych ugięć „płyty usztywniającej”^{4,5}.

Oczywiście istnieją kształtowniki, dla których w określonych stanach obciążenia, sąsiednie elementy płytowe nie stanowią dla siebie sprężystego zamocowania, gdyż wybaczą się niemal równocześnie. Takim jest np. przekrój skrzynkowy przy osiowym ściskaniu dla $h=b$ i $t_f = t_w$ lub, przy zginaniu względem osi większej sztywności, dla $h = 2.44b$ i $t_f = t_w$. W pracy [1] takie przekroje zostały określone jako „przekroje zerowe”. I tylko w takich przypadkach normowe założenie swobodnego podparcia płyt składowych na krawędziach łączenia jest spełnione. **Jednak w większości przypadków, w elemencie cienkościennym, przy**

⁴ Kowal Z., Szychowski A., Experimental determination of critical loads in thin-walled bars with Z-section subjected to warping torsion, Thin-Walled Structures 75 (2014) 87-102.

⁵ Stany zakrytyczne i nośność graniczna cienkościennych dźwigarów o ścianach płaskich. Praca zbiorowa pod redakcją M. Królaka. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa – Łódź 1990.

określonym stanie naprężenia, można wyróżnić „płyte krytyczną”, która decyduje o lokalnym wyboczeniu jego przekroju.

W niniejszym osiągnięciu naukowym wykazano, że analizę niestateczności lokalnej przekroju cienkościennego, w wielu technicznie ważnych przypadkach, można sprowadzić do analizy wyboczenia najsłabszej tzn. „krytycznej” płyty składowej (w danym stanie naprężenia) przy uwzględnieniu jej sprężystego zamocowania w sąsiedniej płycie usztywniającej.

W literaturze technicznej występuje bardzo duża liczba rozwiązań różnych zagadnień stateczności płyt cienkich (obciążonych w swojej płaszczyźnie), które uzyskiwano różnymi metodami. W większości przypadków rozwiązania te dotyczą płyt osiowo lub mimośrodowo ściskanych lub ścinanych dla granicznych warunków brzegowych (przegub, utwierdzenie) i przy stałej na długości intensywności naprężeń.

Dotychczas rozwiązano również szereg zagadnień związanych ze statecznością segmentu pręta cienkościennego zbudowanego z płyt i „wydzielonego” tzw. liniami węzłowymi wyboczenia. Takie założenie przyjęto w większości prac dotyczących ścianek składowych (płyt) oraz całych przekrojów cienkościennych. Jednakże taka definicja segmentu pręta jest wystarczająca jedynie w przypadku stałego rozkładu naprężeń na długości elementu. Takie obciążenie wywołuje wówczas powstanie kilku „jednakowych” półfal wyboczenia lokalnego na długości pręta cienkościennego. W takim przypadku można przyjąć, że segment pręta jest wyznaczony podłużnym rozstawem tworzących się samorzutnie tzw. linii węzłowych wyboczenia. Natomiast w pracach [1-13] wykazano, że **takiego założenia nie można przyjąć w przypadku występowania wzdłużnej zmienności naprężeń.**

Z badań własnych [1-13] jednoznacznie wynika, że na długości pręta cienkościennego przy występowaniu wzdłużnej zmienności naprężeń tworzy się wiele półfal wyboczenia lokalnego o różnej długości i zmiennej (np. malejącej) amplitudzie.

W związku z powyższym w pracach [1÷13] **segment pręta cienkościennego zdefiniowano jako sekcję (odcinek) elementu wydzieloną poprzecznymi usztywnieniami (np. żebrami, przeponami lub podporami) zapewniającymi sztywny kontur przekroju poprzecznego w miejscu ich umieszczenia.** Długość segmentu jest wyznaczona rozstawem w/w usztywnień niezależnie od tworzących się samorzutnie linii węzłowych wyboczenia.

Minimalna liczba usztywnień wynosi 2. W tym przypadku element cienkościenny składa się z jednego segmentu.

Często występujące w literaturze pojęcie lokalnego wyboczenia przekroju poprzecznego nie jest właściwie precyzyjne, ponieważ zjawisko to występuje na pewnej długości pręta (w zależności od typu „płyty krytycznej”). Zjawisko wyboczenia lokalnego występujące na tzw. długości wyboczeniowej i wywołujące redystrybucje naprężeń w przekroju poprzecznym wpływa bezpośrednio na nośność graniczną przekroju.

Poprawne wyznaczenie naprężeń krytycznych wyboczenia lokalnego dla tak obciążonych ścianek (płyt składowych) pręta cienkościennego służy do **dokładniejszego wyznaczenia obliczeniowej nośności granicznej** w oparciu o metodę szerokości współpracującej.

W literaturze technicznej **nie natrafiłem** na prace poświęcone stateczności płyt z jednoczesnym uwzględnieniem warunków sprężystego zamocowania jej krawędzi oraz wzdłużnej zmienności naprężeń. W nielicznych pracach uwzględniano np. sprężyste zamocowanie płyty ale przy stałej na jej długości intensywności naprężeń⁶ lub uwzględniano wzdłużną zmienność naprężeń ale dla swobodnie podpartych płyt przęsłowych^{7,8} lub wspornikowych⁸.

W związku z w/w brakiem rozwiązań, w badaniach własnych [1-13] zająłem się zagadnieniem jednoczesnego występowania sprężystego zamocowania krawędzi płyty (ścianki przekroju cienkościennego) oraz wzdłużnej zmienności naprężeń. Uzyskane wyniki umożliwiły opracowanie dokładniejszej metody obliczeniowej opartej na wierniejszym odwzorowaniu rzeczywistego zachowania się elementu cienkościennego pod obciążeniem.

Do wyznaczenia obciążenia krytycznego elementu cienkościennego stosuje się również z powodzeniem metody komputerowe oparte na metodzie elementów skończonych (MES) lub metodzie pasm skończonych (MPS). W metodach tych otrzymuje się obciążenie krytyczne i postać wyboczenia przekroju, jednakże bez jednoznacznego wskazania, która płyta „decyduje” o wyboczeniu lokalnym. Tego typu wyniki można wykorzystać w tzw. bezpośrednim określeniu nośności za pomocą metody „Direct Strength Method” (DSM)⁹. Jednakże Rusch i

⁶ Bulson P.S. The Stability of Flat Plates. Chatto and Windus. London 1970.

⁷ Kowal Z. Stateczność ściskanego pasa w dźwigarze blachowym o przekroju skrzynkowym, Zeszyty Naukowe Politechniki Wrocławskiej, Budownictwo 1965, 122, s.73-85.

⁸ Yu C, Schafer B.W. Effect of longitudinal stress gradients on elastic buckling of thin plates. J Eng Mech ASCE 2007;133(4):452-63.

⁹ Schafer B.W., Review: The direct strength method of cold-formed steel member design, Stability and Ductility of Steel Structures, D. Camotim et al. (Eds.) Lisbon, Portugal, September 6-8, 2006.

Lindner¹⁰ wykazali, że DSM nie jest metodą uniwersalną w projektowaniu elementów cienkościennych. Na przykład, nie uwzględnia niekorzystnego wpływu przesunięcia środka ciężkości przekroju efektywnego w stosunku do jego położenia dla przekroju brutto (dotyczy to np. ściskanych przekrojów monosymetrycznych lub niesymetrycznych). Natomiast w metodzie szerokości efektywnej należy wyznaczyć naprężenia krytyczne dla poszczególnych ścianek, gdyż wyznaczenie smukłości płyt „mocniejszych” na podstawie naprężeń krytycznych określonych dla całego przekroju poprzecznego (w którym decydują płyty „słabsze”) prowadzi do niedoszacowania jego nośności¹¹. Oczywiście za pomocą analizy nieliniowej MES można analizować zachowanie się elementu cienkościennego w stanie nadkrytycznym oraz w fazie zniszczenia. Wymaga to jednak umiejętnego wprowadzenia do analizowanej konstrukcji imperfekcji geometrycznych, których kształt przyjmuje się na ogół zbliżony do postaci wybożenia wg najmniejszej wartości własnej. W przypadku wieloelementowych modeli MES, w których wyznaczane są wielokrotne postacie własne może dojść do sytuacji, w której „numerycznej” utracie stateczności ulega np. niewłaściwie zamodelowana część konstrukcji cienkościennej, której wybożenie w elemencie rzeczywistym (np. z konstrukcyjnego punktu widzenia) w ogóle nie występuje. Wielość (często bardzo bliskich sobie) postaci własnych stowarzyszonych z odmiennymi postaciami wybożenia (lokalnego, dystorsyjnego lub ogólnego) stawia projektanta konstrukcji cienkościennej w sytuacji, w której trudno jest jednoznacznie określić właściwy kształt imperfekcji. W takim przypadku możliwość weryfikacji obliczeń MES „przybliżoną” metodą analityczną pozwala na oszacowanie najmniejszego obciążenia krytycznego i optymalny wybór właściwej postaci wybożenia (czyli kształtu imperfekcji) do analizy nieliniowej MES.

Należy tutaj podkreślić, że w praktyce inżynierskiej warto opierać się na wynikach (np. obciążenia krytycznego) uzyskiwanych z dwóch źródeł (np. obliczenia MES potwierdzone oszacowaniem analitycznym). Takie podejście poprawia bezpieczeństwo konstrukcji już na etapie projektowania.

W związku z tym opracowanie przybliżonych („ręcznych” lub zapisanych w arkuszach kalkulacyjnych) metod oceny nośności pozwala m.in. na projektowanie wstępne przekroju cienkościennego oraz prostą weryfikację obliczeń wykonanych za pomocą MES lub MPS.

¹⁰ Rusch A., Lindner J., Remarks to the Direct Strength Method, Thin-Walled Structures 39 (2001) 807-820.

¹¹ Stany zakrytyczne i nośność graniczna cienkościennych dźwigarów o ścianach płaskich. Praca zbiorowa pod redakcją M. Królaka. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa – Łódź 1990

2.2. Warunki brzegowe płyt (ścianek) składowych

Z punktu widzenia wyboczenia lokalnego pręta cienkościennego, ścianki składowe przekroju można analizować jako sprężystość zamocowane przeciw obrotowi płyty o różnych warunkach brzegowych na krawędziach podłużnych.

Założono, że: 1) ścianka przekroju cienkościennego zachowuje się jak płyta sprężystość zamocowana przeciw obrotowi w płycie (ściance) sąsiedniej na wzdłużnej linii ich łączenia, 2) na wspólnej krawędzi spełnione są warunki zgodności przemieszczeń (kątowności obrotu) oraz sił (momentów), 3) osiowe lub mimośrodowe ściskanie płyty występuje jedynie w jej płaszczyźnie, 4) poprzeczne krawędzie płyty, na końcach segmentu, są swobodnie podparte, 5) rozpatruje się naprężenia w zakresie sprężystym.

Płyty składowe przekroju podzielono na: 1) płyty przęsłowe (I – typu) [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13], płyty wspornikowe (II – typu) [2, 3, 5, 6] oraz płyty wspornikowe podatnie usztywnione (III – typu) [4]. Płyty przęsłowe podzielono dodatkowo na 3 podtypy: Ia – płyty obustronnie (symetrycznie) sprężystość zamocowane [7, 8, 12, 13], Ib - płyty jednostronnie sprężystość zamocowane [10, 11], oraz Ic – płyty niesymetrycznie sprężystość zamocowane [9].

2.3. Stopień sprężystego zamocowania przeciw obrotowi

Stopień sprężystego zamocowania przeciw obrotowi podłużnej krawędzi „płyty krytycznej” opisano za pomocą wskaźnika utwierdzenia¹² (κ) w następującej postaci:

$$(1) \quad \kappa = 1 / (1 + 2D_s / b_s C_\theta)$$

gdzie: C_θ - sztywność obrotowa równa momentowi zginającemu powstałemu podczas obrotu o kąt jednostkowy ($C_\theta = M/\theta$), b_s – szerokość płyty ulegającej wyboczeniu (CP), D_s - płytowa sztywność zginania (dla $E = 210000 \text{ N/mm}^2$ oraz $\nu = 0.3$ można w przybliżeniu przyjąć $D_s = 19200t_s^3$)

Sztywność obrotową (C_θ) na krawędzi podparcia „płyty krytycznej” uzależniono od geometrii ścianki podpierającej (sąsiedniej) oraz jej stanu obciążenia. Sposób jej wyznaczenia zostanie pokazany w części II.

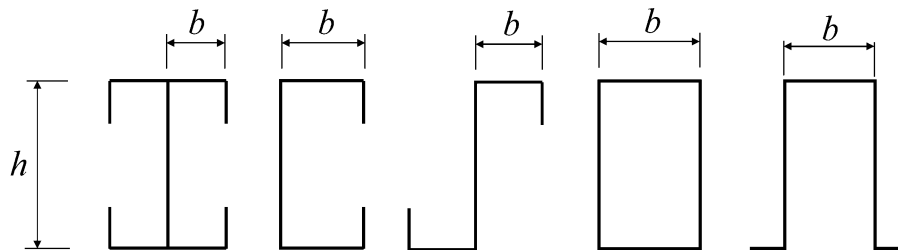
¹² Rykaluk K. Pozostające naprężenia spawalnicze w wybranych stanach granicznych nośności. Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej, 29, seria: Monografie 11, Wrocław 1981.

Wskaźnik utwierdzenia κ wg (1) zmienia się od $\kappa=0$ (dla przegubowego podparcia) do $\kappa=1$ (dla pełnego utwierdzenia). Taka definicja wskaźnika κ umożliwiła jego bezpośrednie „użycie do budowy” funkcji ugięcia różnych typów płyt sprężyste zamocowanych przeciw obrotowi.

2.4. Funkcje ugięcia płyt

2.4.1. Płyty przęsłowe (I typu) - ugięcie

Przęsłowe „płyty krytyczne” występują np. w ściskanych lub zginanych przekrojach cienkościennych: 1) spawanych skrzynkowych, 2) zamkniętych giętych na zimno, 3) kapeluszowych, ceowych lub zetowych, 4) w ściskanych półkach z usztywnieniami krawędziowymi lub pośrednimi (w fazie wyboczenia lokalnego). Przykłady występowania płyt przęsłowych o szerokości b lub h w elementach cienkościennych pokazano na rys. 1.



Rys.1. Występowanie płyt przęsłowych (o szerokości b lub h) w przekrojach cienkościennych

W większości znanych z literatury przypadków do opisu pola przemieszczeń płyt przęsłowych, podpartych w segmencie pręta cienkościennego na obwodzie, używano szeregów trygonometrycznych¹³, funkcji hiperbolicznych¹⁴ lub kombinacji funkcji trygonometrycznych i wykładniczych¹⁵. Osobną grupę stanowią prace Jakubowskiego¹⁶, w których do opisu pola przemieszczeń ścianek składowych przekrojów skrzynkowych z powodzeniem użyto kombinacji funkcji trygonometrycznych i wielomianów potęgowych o z góry określonych współczynnikach. Jakubowski wyznaczył m.in. naprężenia krytyczne z warunku lokalnej utraty stateczności różnie obciążonych elementów cienkościennych o zamkniętych przekrojach pro-

¹³ Timoshenko S.P., Gere J.M. Theory of Elastic Stability. Part II. McGraw-Hill, New York, N.Y. 1961.

¹⁴ Bulson P.S. The Stability of Flat Plates. Chatto and Windus. London 1970.

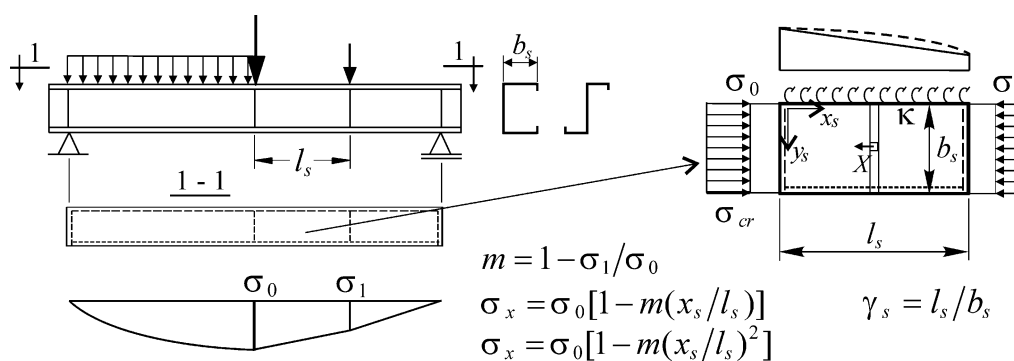
¹⁵ Królak M., Kołakowski Z. Stateczność cienkościennego dźwigara trapezowego obciążonego siłą normalną i momentem zginającym, Archiwum Budowy Maszyn, Tom XXX, Zeszyt 1-2, 1983, 45-57.

¹⁶ Jakubowski S. Buckling of thin-walled girders under compound load. Thin-Walled Structures 1988;6:129-150

stokątnych i trójkątnych. Punktem wyjścia była analiza stateczności płyty prostokątnej podpartej na wszystkich krawędziach z uwzględnieniem statycznych i kinematycznych warunków jej współpracy z płytami sąsiednimi. Funkcję ugięcia (w kierunku szerokości płyty) przyjął w postaci wielomianów potęgowych o prostej interpretacji fizycznej. Zastosowane przez niego wielomiany, są funkcjami ugięcia różnie obciążonych, jednoprzęsłowych belek przegubowych. Do opisu wymuszeń ścianek podpierających (przez wybaczącą się ściankę najslabszą), użył funkcji ugięcia swobodnie podpartych belek obciążonych momentami skupionymi na podporach. Za warunki współpracy płyt przyjął zgodność przemieszczeń (kątown obrotu) i sił (momentów zginających) na wzdłużnych krawędziach łączenia.

Podobną koncepcję przyjąłem w pracach [9, 10, 13] modyfikując jednak sposób wykorzystania wielomianów.

Funkcje przemieszczeń płyt przeszłowych (I typu) zapisałem, podobnie jak w pracach Jakubowskiego, w postaci szeregów wielomianowo – sinusowych. W opisie ugięcia płyty przeszłowej, w kierunku jej szerokości, przyjąłem wielomiany opisujące funkcje przemieszczeń różnie obciążonych belek, **ale dla skrajnych warunków podparcia**. Użyto wielomianów dla jednoprzęsłowych belek podpartych przegubowo (Y_{Pi}), **a także wielomianów dla jednoprzęsłowych belek obustronnie lub jednostronnie utwierdzonych (Y_{Ui})**. Natomiast ugięcia w kierunku długości płyty (z uwagi na wzdłużną zmienność naprężeń) zapisałem skończonym szeregiem sinusowym. W tym podejściu, zaproponowanym w pracach [9, 10, 13], **funkcje ugięcia belek „przegubowych” (Y_{Pi}) „sprzęgnięto” z funkcjami belek „utwierdzonych” (Y_{Ui}) za pomocą wskaźnika κ (wg wzoru (1)).** Początek lokalnego układu współrzędnych „płyty krytycznej” przyjęto na styku krawędzi podłużnej i poprzecznej od strony maksymalnych naprężeń ściskających (rys.2.)



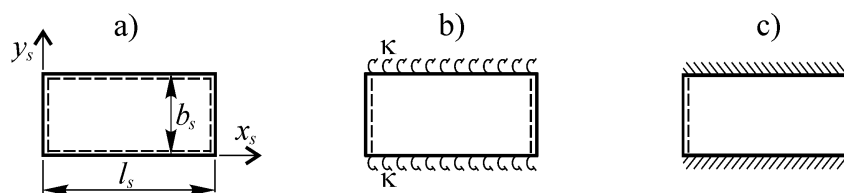
Rys.2. Wydzielona z segmentu pręta cienkościennego płyta przeszłowa (Ib) przy wzdłużnej zmienności naprężeń

Dla płyty przęsłowej wzór ogólny na ugięcie można zapisać w postaci:

$$(2) \quad w_s(x_s, y_s) = t_s \sum_{i=1}^{i_0} \left\{ \sum_{j=1}^{j_0} f_{ij} [(1-\kappa)Y_{Pj} + \kappa Y_{Uj}] \right\} \sin \frac{i\pi x_s}{l_s}$$

gdzie: t_s , l_s , - grubość, długość płyty (ścianki s), κ - wskaźnik sprężystego zamocowania krawędzi wzdłużnych wg (1), f_{ij} - „swobodne” parametry funkcji ugięcia, Y_{Pj} - wielomiany „ugięcia belki” dla podparcia przegubowego, Y_{Uj} - wielomiany „ugięcia belki” dla pełnego utwierdzenia.

Funkcja ugięcia wg (2) spełnia warunki brzegowe płyty podpartej na wszystkich krawędziach i umożliwia w ogólnym przypadku opis złożonego kształtu wybożenia płyty jaki występuje przy osiowym ściskaniu i wzdłużnej zmienności naprężeń. Ponadto umożliwia modelowanie warunków brzegowych na krawędziach wzdłużnych od swobodnego podparcia ($\kappa=0$, rys.3a), przez sprężyste zamocowanie w segmencie pręta cienkościennego ($0<\kappa<1$, rys.3b), do pełnego utwierdzenia ($\kappa=1$, rys.3c).



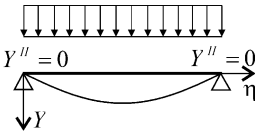
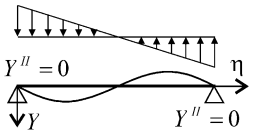
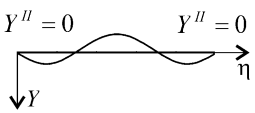
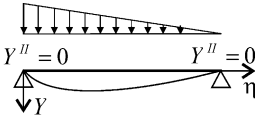
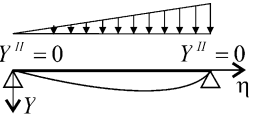
Rys.3. Podparcie krawędzi wzdłużnych płyty przęsłowej: a) przegubowe, b) sprężyste zamocowanie, c) pełne utwierdzenie

W takim podejściu, wartość wskaźnika κ wg wzoru (1), określa stopień wykorzystania danej funkcji ugięcia do aproksymacji danej postaci wybożenia. Dla $\kappa=0$ funkcję ugięcia płyty (w kierunku jej szerokości) określają ugięcia belki podpartej przegubowo co automatycznie spełnia warunki brzegowe swobodnego podparcia płyty ($Y_{Pi}=0$, $Y_{Pi}''=0$). Z kolei dla $\kappa=1$, funkcję ugięcia płyty określają ugięcia belki utwierdzonej spełniające warunki brzegowe płyty sztywno zamocowanej na krawędziach podłużnych ($Y_{Ui}=0$, $Y_{Ui}'=0$). Natomiast przyjęcie w kierunku podłużnym szeregu funkcji sinus zapewnia na krawędziach poprzecznych warunki brzegowe swobodnego podparcia ($x=0$, $x''=0$).

Najczęściej stosowane, do opisu postaci wybożenia płyt przęsłowych, wielomiany ugięć różnie obciążonych belek podpartych przegubowo (Y_{Pi}) zamieszczono w tabeli 1¹⁷.

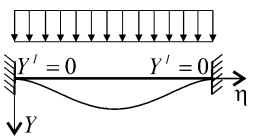
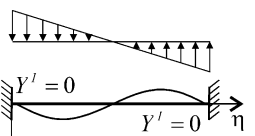
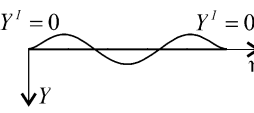
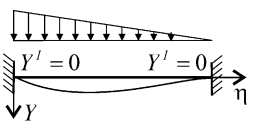
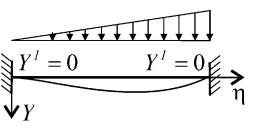
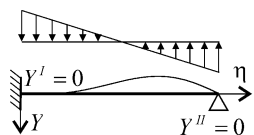
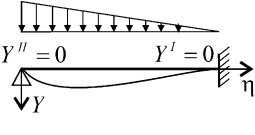
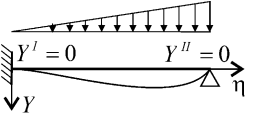
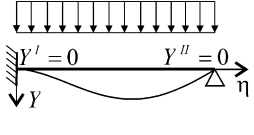
¹⁷ Jakubowski S., (1986): Macierzowa analiza stateczności i drgań własnych ścian dźwigarów cienkościennych, Archiwum Budowy Maszyn, Tom XXXIII, Zeszyt 4, 357-375.

Tabela 1. Wielomiany „przegubowe”, (gdzie: $\eta = y_s/b_s$).

$Y_{P1} = \eta - 2\eta^3 + \eta^4$	$Y_{P2} = \eta - 10\eta^3 + 15\eta^4 - 6\eta^5$	$Y_{P3} = -\eta + 26\eta^3 - 73\eta^4 + 72\eta^5 - 24\eta^6$
		
$Y_{P4} = 8\eta - 20\eta^3 + 15\eta^4 - 3\eta^5$	$Y_{P5} = 7\eta - 10\eta^3 + 3\eta^5$	
		

Z kolei w tabeli 2. zamieszczono najczęściej stosowane przeze mnie wielomiany ugięć różnie obciążonych belek obustronnie lub jednostronnie utwierdzonych (Y_{Ui}).

Tabela 2. Wielomiany „utwierdzone”, (gdzie: $\eta = y_s/b_s$).

$Y_{U1} = \eta^2 - 2\eta^3 + \eta^4$	$Y_{U2} = \eta^2 - 4\eta^3 + 5\eta^4 - 2\eta^5$	$Y_{U3} = -2\eta^2 + 13\eta^3 - 29\eta^4 + 27\eta^5 - 9\eta^6$
		
$Y_{U4} = 3\eta^2 - 7\eta^3 + 5\eta^4 - \eta^5$	$Y_{U5} = 2\eta^2 - 3\eta^3 + \eta^5$	$Y_{U6} = \eta^2 - 7\eta^3 + 10\eta^4 - 4\eta^5$
		
$Y_{U7} = 3\eta - 11\eta^3 + 10\eta^4 - 2\eta^5$	$Y_{U8} = 7\eta^2 - 9\eta^3 + 2\eta^5$	$Y_{U9} = 3\eta^2 - 5\eta^3 + 2\eta^4$
		

Co prawda, Jakubowski użył również wybranych wielomianów „utwierdzonych” (a konkretnie Y_{U1} oraz Y_{U9}), ale jedynie do aproksymacji postaci wyboczenia wydzielonej płyty obustronnie lub jednostronnie w pełni utwierdzonej.

Moim oryginalnym osiągnięciem jest jednoczesne użycie wielomianów „przegubowych” (tab.1) i „utwierdzonych” (tab.2) do aproksymacji postaci wyboczenia jednostronnie lub obustronnie sprężyste zamocowanych przeciw obrotowi płyt przeszłowych (Ia, Ib, Ic).

W mojej pierwszej pracy na temat stateczności poprzecznie zginanych przekrojów skrzynkowych [13], do aproksymowania postaci ugięcia osiowo ściskanej płyty przeszłowej Ia (symetrycznie sprężyste zamocowanej), zastosowałem wielomian Y_{P1} „sprzęgnięty” z Y_{U1} oraz wielomian „dopełniający” Y_{U3} wg wzoru (3).

$$(3) \quad w_s(x_s, y_s) = t_s \sum_{i=1}^{i_0} [f_{i1}((1-\kappa)Y_{P1} + \kappa Y_{U1}) + f_{i2}Y_{U3}] \sin\left(\frac{i\pi x_s}{l_s}\right)$$

Oczywiście, zupełnym spełnieniem idei „sprzęgnięcia” wielomianów „przegubowych” z wielomianami „utwierdzonymi”, było by zastosowanie dodatkowo wielomianu Y_{P3} „sprzęgniętego” z wielomianem Y_{U3} za pomocą wskaźnika κ . Nie dawało to jednak znaczącego poprawienia wyników, a rozbudowywało funkcję ugięcia. (Uwaga: stosując metodę energetyczną należy pamiętać, że w ramach zastosowanych funkcji ugięć, otrzymujemy wynik wyższy lub „równy” wartości ścisłej. Oznacza to, że im mniejsza jest wartość współczynnika k , dla danej konfiguracji funkcji ugięcia, tym lepiej dopasowane funkcje do rzeczywistej postaci wyboczenia, oczywiście przy spełnieniu odpowiednich warunków brzegowych). Wyjaśnienie tego zjawiska (tzn. tylko nieznacznego poprawienia wyników przy zastosowaniu czterech wielomianów) uzyskano w pracy [12]. Wykazano w niej, że do opisu funkcji ugięcia płyty Ia wystarczy wykorzystać tylko „sprzęgnięte” wielomiany Y_{P1} i Y_{U1} (maksymalne różnice nie przekroczyły 0.3%). Takie podejście znacząco uprościło funkcję ugięcia (3) w kierunku szerokości płyty. Pozwoliło to na rozbudowanie funkcji (3) w kierunku długości płyty poprzez zastosowanie większej liczby wyrazów szeregu $\sin(i\pi x_s/l_s)$. Umożliwiło to optymalne dopasowanie ugięć (w kierunku długości) do złożonej postaci wyboczenia płyty jaka występuje przy wzdłużnej zmienności naprężeń. Na tej podstawie wyznaczono wiele tablic współczynników k , które posłużyły do opracowania wzorów aproksymacyjnych zamieszczonych w pracy [12] (por. rozdział 2.9).

W pracy [10] skorzystałem już z pełnej idei „sprzęgania” wielomianów „przegubowych” z wielomianami „utwierdzonymi”. Do opisu funkcji ugięcia jednostronnie sprężysto zamocowanej płyty przęsłowej lb użyłem wielomianów Y_{P1} i Y_{P4} „sprzęgniętych” odpowiednio z wielomianami Y_{U1} i Y_{U4} . Do aproksymacji postaci wybożenia osiowo ściskanej i jednostronnie sprężysto zamocowanej przeciw obrotowi płyty przęsłowej, przy udziale obciążeń wywołujących wzdłużną zmienność naprężeń, zastosowałem funkcję postaci szeregu:

$$(4) \quad w_s(x_s, y_s) = t_s \sum_{i=1}^{i_0} [f_{i1}((1-\kappa)Y_{P1} + \kappa Y_{U9}) + f_{i2}((1-\kappa)Y_{P2} + \kappa Y_{U6})] \sin\left(\frac{i\pi x_s}{l_s}\right)$$

Natomiast w pracy [9] dotyczącej wybożenia lokalnego płyty przęsłowej o różnych wartościach wskaźników utwierdzenia na krawędziach podłużnych ($\kappa_1 \geq \kappa_2$) użyłem funkcji ugięcia o bardziej złożonej postaci (5). Tutaj również wykorzystano ideę „sprzęgania” wielomianów, ale przy wprowadzeniu funkcji dodatkowo „sterowanych” wskaźnikiem κ_i na „drugiej krawędzi”.

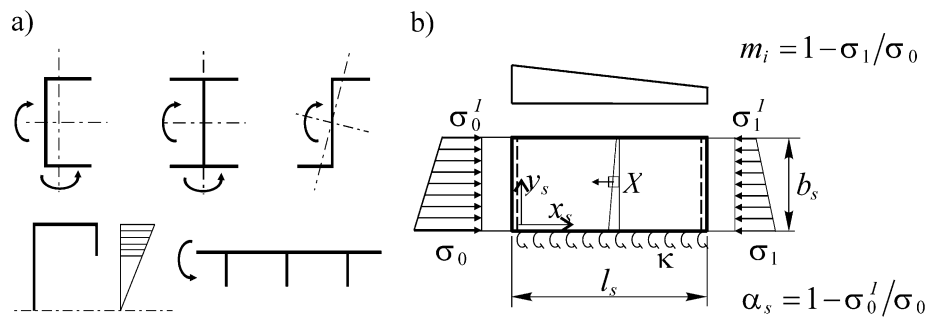
$$(5) \quad w_s(x_s, y_s) = t_s \sum_{i=1}^{i_0} \{f_{i1}[(1-\kappa_1)((1-\kappa_2)Y_{P4} + \kappa_2 Y_{U7}) + \kappa_1 Y_{U4}] + f_{i2}[(1-\kappa_2)((1-\kappa_1)Y_{P5} + \kappa_1 Y_{U8}) + \kappa_2 Y_{U5}]\} \sin\left(\frac{i\pi x_s}{l_s}\right)$$

Funkcja ugięcia wg (5) spełnia warunki brzegowe płyty podpartej na wszystkich krawędziach i umożliwia w ogólnym przypadku opis złożonego kształtu wybożenia płyty jaki występuje przy osiowym ściskaniu i wzdłużnej zmienności naprężeń. Ponadto umożliwia modelowanie niesymetrycznych ($\kappa_1 \neq \kappa_2$) warunków brzegowych sprężystego zamocowania przeciw obrotowi na krawędziach podłużnych $j = 1$ ($y_s = 0$) oraz $j = 2$ ($y_s = b_s$).

Moim oryginalnym osiągnięciem jest wykazanie, że „sprzęgnięcie” wielomianów „przegubowych” z wielomianami „utwierdzonymi” daje możliwość relatywnie prostego uwzględnienia wpływu sprężystego zamocowania, którego stopień określa wskaźnik utwierdzenia κ wg wzoru (1).

2.4.2. Płyta wspornikowa (II) - ugięcie

Ścianka wspornikowa może stanowić np. półkę kształtownika cienkościennego, pojedyncze odgięcie usztywniające kształtownika giętego lub płaski element usztywniający konstrukcji blachownicowej. Klasyczne przykłady występowania ścianek wspornikowych pokazano na rys.4a wg [5].



Rys.4. a) Przykłady ścianek wspornikowych, b) wydzielona z elementu cienkościennego sprężycie zamocowana płyta wspornikowa

Dotychczas w literaturze postać wybożenia płyty wspornikowej, aproksymowano różnymi funkcjami trygonometrycznymi lub hiperbolicznymi. Znane są również prace^{18,19} w których, w kierunku poprzecznym, zastosowano wielomiany potęgowe, **ale o z góry określonych współczynnikach**. W takim przypadku nie spełnione są na ogół warunki brzegowe płyty wspornikowej na krawędzi swobodnej. Bulson²⁰ wykazał jednak, że dążenie do spełnienia warunków brzegowych na swobodnej krawędzi podłużnej za wszelką cenę nie jest wcale optymalne. Przyjmując funkcję ugięcia spełniającą warunki brzegowe zarówno na krawędzi podpartej jak i na krawędzi swobodnej otrzymał wyniki mniej dokładne w stosunku do rozwiązania ścisłego (funkcja ta spełniała wszystkie warunki brzegowe, ale miała przebieg nieco odbiegający od postaci wybożenia).

W pracy [3] przeprowadziłem m.in. analizę i dyskusję różnych postaci funkcji ugięcia płyty wspornikowej dla granicznych warunków brzegowych na podpartej krawędzi podłużnej.

Natomiast do opisu ugięć jednostronnie sprężycie zamocowanej płyty wspornikowej (w kierunku jej szerokości) zastosowałem tę samą ideę „sprzęgania” funkcji, **ale w ramach „budowy” jednego wielomianu, którego współczynniki nie są z góry określone, ale stanowią „swobodne parametry” funkcji ugięcia**. Współczynniki wielomianu stanowią „parametry swobodne”, które są dobierane „przez samą metodę” z warunku minimum całkowitej energii potencjalnej układu (płyta – obciążenie). W tym przypadku rolę wielomianu „przebiegowego” pełni wyraz liniowy (y/b) , który jest „sprzęgnięty” z wyrazem kwadratowym $(y/b)^2$ odpowiadającym za moment utwierdzenia. Pozostałe wyrazy wielomianu $(y/b)^p$ stanowią

¹⁸ Grądzki R., Kowal-Michalska K. Elastic and elasto-plastic buckling of thin-walled columns subjected to uniform compression. Thin-Walled Structures 1985; 3: 93-108.

¹⁹ Yu C, Schafer BW. Effect of longitudinal stress gradients on elastic buckling of thin plates. J Eng Mech ASCE 2007;133(4):452–63.

²⁰ Bulson P.S. The Stability of Flat Plates. Chatto and Windus. London 1970.

funkcje dodatkowe, które nazwałem funkcjami „dopełniającymi”. Początek lokalnego układu współrzędnych płyty (ścianki) przyjęto na styku podpartej krawędzi podłużnej i krawędzi poprzecznej od strony maksymalnych naprężeń ściskających (por.rys.4b).

W przypadku sprężystego zamocowania płyty wspornikowej (rys.4b) o wskaźniku utwierdzenia krawędzi podłużnej κ wg wzoru (1), funkcję ugięcia można zapisać w postaci [2, 5, 6]:

$$(6) \quad w_s(x_s, y_s) = t_s \sum_{i=1}^{i_o} \left[f_{i2} \cdot \left((1-\kappa) \frac{y_s}{b_s} + \kappa \left(\frac{y_s}{b_s} \right)^2 \right) + \sum_{p=3}^{p_o} f_{ip} \cdot \left(\frac{y_s}{b_s} \right)^p \right] \cdot \sin\left(\frac{i\pi x_s}{l_s} \right)$$

Funkcja (6) spełnia warunki brzegowe płyty podpartej na jednej krawędzi podłużnej, natomiast warunki brzegowe na krawędzi swobodnej nie są spełnione tożsamościowo. W pracy [3] wykazano jednak, iż ze wzrostem stopnia p_o wielomianu, moment zginający M_y oraz zastępcza siła Kirchhoffa Q_{ky} na swobodnej krawędzi płyty dążą do zera, minimalizując tym samym całkowitą energię potencjalną układu. Ponadto wpływ „sił resztkowych”, generowanych przez przyjętą funkcję ugięcia, która nie spełnia tożsamościowo warunków brzegowych na krawędzi swobodnej, maleje ze wzrostem długości płyty. Proces dopasowania funkcji ugięcia (6) względem parametrów f_{ip} z warunku minimum energii do postaci wybożenia płyty odbywa się zarówno w kształtowaniu przemieszczeń jak również redukcji "sił resztkowych" na krawędzi swobodnej.

Zalety funkcji (6) przy aproksymowaniu złożonej postaci wybożenia płyty wspornikowej w złożonych stanach naprężenia przedstawiono w pracach [2, 3, 5, 6].

Moim oryginalnym osiągnięciem jest „budowa” takiej funkcji ugięcia płyty wspornikowej, którą można aproksymować złożoną postacią wybożenia dla „dowolnej” ($0 \div 1$) wartości wskaźnika utwierdzenia κ krawędzi podpartej oraz wzdluznej i poprzecznej zmienności naprężeń.

2.5. Stan naprężeń membranowych

W pracach [1-13] założono, że w praktycznych zagadnieniach stateczności przekrojów cienkościennych, „płytą krytyczną” (decydującą o wybożeniu) jest z reguły osiowo ściskana płyta przęsłowa I (np. pas przekroju skrzynkowego, półka przekroju kapeluszowego, środnik

lub krawędziowo usztywniona stopka przekroju ceowego, zetowego itp. por.rys.1), albo osiowo lub mimośrodowo ściskana płyta wspornikowa (II, por.rys.4).

2.5.1. Płyta przęsłowa (I) – stan naprężenia

W przypadku analizy stateczności ściskanej płyty przęsłowej (np. pasa przekroju skrzynkowego) podpartej w segmencie dźwigara cienkościennego na czterech krawędziach, w której akceptuje się hipotezę płaskich przekrojów, a wpływ efektu tzw. „szerokiego pasa” może być pominięty, rozkład naprężeń normalnych w płycie (rys.5) można przedstawić w postaci:

$$(7) \quad \sigma_x = \sigma_o \beta(x_s)$$

gdzie σ_o - naprężenia porównawcze (dodatnie kiedy ściskające) na krawędzi zawierającej początek lokalnego układu współrzędnych, $\beta(x_s)$ – funkcja wzdłużnego rozkładu naprężeń.

Wzór ogólny funkcji $\beta(x_s)$ można przedstawić w następującej postaci:

$$(8) \quad \beta_i(x_s) = 1 - m_i \left(\frac{x_s}{l_s} \right)^i$$

gdzie:

$$(9) \quad m_i = 1 - \sigma_1 / \sigma_o$$

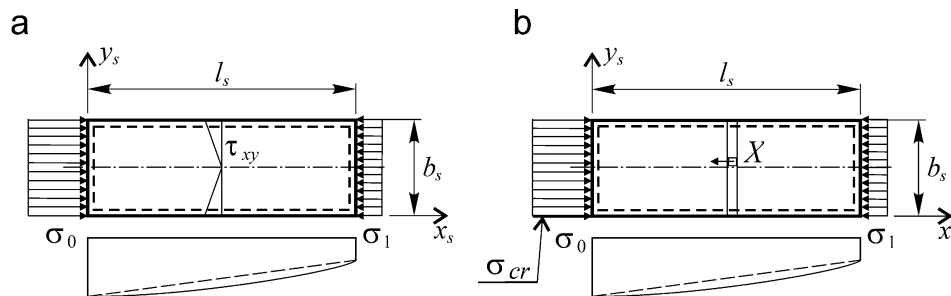
W jedno tematycznym cyklu prac [1-13] rozpatrzono następujące przypadki wzdłużnego rozkładu naprężeń σ_x : 1) rozkład stały ($i=0$, $m_0=0$), 2) rozkład liniowy ($i=1$, $0 \leq m_1 \leq 1$), oraz 3) rozkład nieliniowy, wg paraboli 2. stopnia ($i=2$, $0 \leq m_2 \leq 1$).

Zmienność rozkładu naprężeń na długości płyty przęsłowej można uzyskać przez wprowadzenie naprężeń stycznych²¹ (rys.5a) lub wzdłużnych sił masowych²² (rys.5b) o rozkładzie dobranym w zależności od sposobu poprzecznego obciążenia elementu cienkościennego (por.rys.2). Sposób zastąpienia naprężeń stycznych odpowiednim rozkładem sił

²¹ Yu C, Schafer BW. Effect of longitudinal stress gradients on elastic buckling of thin plates. J Eng Mech ASCE 2007;133(4):452–63.

²² Kowal Z., (1966): Stateczność blachy górnej metalowego fundamentu pontonowego, Węgiel Brunatny 4/1966, 331-333.

masowych w osiowo ściskanych i swobodnie podpartych płytach przęsłowych opisano w pracach Kowala²³.



Rys.5. Stan naprężenia w osiowo ściskanej płycie przęsłowej przy wzdłużnej zmienności naprężeń normalnych wywołanej przez: a) naprężenia styczne, b) wzdłużne siły masowe

Wprowadzenie wzdłużnych sił masowych oraz opis rozkładu naprężeń wg wzorów (7, 8, 9) pozwala na analizę stateczności płyty przęsłowej w tych przypadkach, w których rozkład i intensywność naprężeń stycznych nie wpływa istotnie na postać utraty stateczności. Dotyczy to zwłaszcza przypadku osiowego ściskania płyty przęsłowej. W takiej sytuacji redukcja obciążenia wg rys.5a do naprężeń normalnych z udziałem sił masowych wg rys.5b pozwala uprościć funkcję ugięcia (2) poprzez zredukowanie ilości niezbędnych parametrów "dopasowania" ugięć do postaci wyboczenia. W pracach [9, 10, 13] wzdłużną zmienność naprężeń uzyskano przez wprowadzenie sił masowych wg schematu pokazanego na rys.5b.

W przypadku poprzecznego zginania prętów cienkościennych z dużym udziałem sił poprzecznych (np. przy dużych gradientach naprężeń normalnych) w smukłych środnikach (płytach podpartych na czterech krawędziach), może wystąpić konieczność uwzględnienia naprężeń stycznych (τ_{xy}), gdyż ich udział w lokalnej utracie stateczności środnika może być znaczny²⁴. Taka postać wyboczenia charakteryzuje się „nachyleniem” półfal ugięcia w stosunku do krawędzi wzdłużnych (chodzi tutaj o kierunki naprężeń głównych). Odpowiednie wzory na pracę sił zewnętrznych z uwzględnieniem naprężeń stycznych (τ_{xy}) dla płyt podpartych na wszystkich krawędziach obciążonych zginaniem ze ścinaniem wyprowadził Jakubowski²⁵.

Natomiast z obliczeń własnych wynika, że w przypadku płyt przęsłowych obciążonych „tarczowym” zginaniem i ścinaniem, przy średnim udziale sił poprzecznych, tj. gdy:

²³ Kowal Z. Stateczność ściskanego pasa w dźwigarze blachowym o przekroju skrzynkowym, Zeszyty Naukowe Politechniki Wrocławskiej, Budownictwo 1965, 122, s.73-85.

²⁴ Stany zakrytyczne i nośność graniczna cienkościennych dźwigarów o ścianach płaskich. Praca zbiorowa pod redakcją M. Królaka. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa – Łódź 1990.

²⁵ Jakubowski S., (1986): Macierzowa analiza stateczności i drgań własnych ścian dźwigarów cienkościennych, Archiwum Budowy Maszyn, Tom XXXIII, Zeszyt 4, 357-375.

$\tau/\tau_{cr} \leq 0.3$, wpływ ten można oszacować redukując krytyczne naprężenia normalne wg wzoru: $\sigma_{cr}^* = \sigma_{cr} [1 - (\tau/\tau_{cr})^2]^{1/2}$, gdzie τ_{cr} – naprężenia krytyczne przy ścinaniu wg wzoru: $\tau_{cr} = k_{\tau} \sigma_E^{26}$.

2.5.2. Płyta wspornikowa (II) – stan naprężenia

W przypadku analizy stateczności płyty wspornikowej stanowiącej część składową pręta cienkościennego o przekroju otwartym, w której akceptuje się hipotezę płaskich przekrojów lub hipotezę deplanacji przekroju (w zależności od sposobu obciążenia), rozkład naprężeń normalnych (por.rys.4) można przedstawić w postaci [2, 5, 6]:

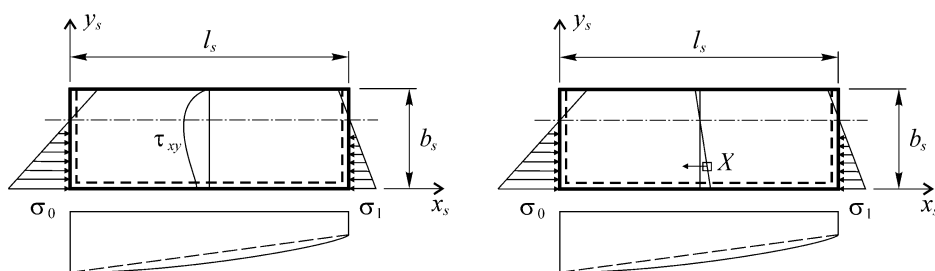
$$(9) \quad \sigma_x = \sigma_0 \left(1 - \alpha_s \frac{y_s}{b_s} \right) \beta_i(x_s)$$

gdzie: σ_0 - krawędziowe naprężenie porównawcze (dodatnie kiedy ściskające) na krawędzi zawierającej początek lokalnego układu współrzędnych (rys.6), $\beta_i(x_s)$ - funkcja wzdłużnego rozkładu naprężeń wg wzorów (8, 9), α_s - współczynnik poprzecznego rozkładu naprężeń (na szerokości płyty) wg wzoru:

$$(10) \quad \alpha_s = 1 - \sigma_0^I / \sigma_0$$

Wzdłużny rozkład naprężeń (8) wg funkcji liniowej ($i=1$), lub nieliniowej ($i=2$) można uzyskać przez wprowadzenie naprężeń stycznych²⁷ (rys.6a) lub wzdłużnych sił masowych (rys.6b), o rozkładzie dobranym w zależności od sposobu obciążenia pręta cienkościennego.

Sposób zastąpienia naprężeń stycznych odpowiednim rozkładem sił masowych w płytach wspornikowych opisałem w pracy [3].



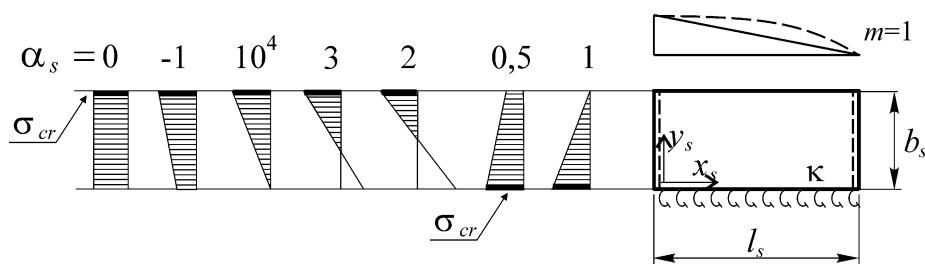
Rys. 6. Stan naprężenia w płycie wspornikowej przy mimośrodowym ściskaniu i wzdłużnej zmienności naprężeń wywołanej przez: a) naprężenia styczne τ_{xy} , b) siły masowe X

²⁶ PN-EN 1993-1-5. Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-5: Blachownice.

²⁷ Yu C, Schafer BW. Effect of longitudinal stress gradients on elastic buckling of thin plates. J Eng Mech ASCE 2007;133(4):452–63.

Wprowadzenie wzdłużnych sił masowych oraz opis rozkładu naprężeń normalnych wg wzoru (9) upraszcza funkcję ugięcia (6) poprzez redukcję liczby swobodnych parametrów f_{ip} niezbędnych do aproksymacji postaci wybożenia. Pozwala to na analizę stateczności płyty wspornikowej (ścianki przekroju) w tych przypadkach, w których rozkład i intensywność naprężeń stycznych nie wpływa istotnie na postać wybożenia (decydującą rolę pełnią tu naprężenia główne – ściskające, których kierunek, w obrębie krawędzi swobodnej, jest w zasadzie do niej równoległy, co wynika na ogół z małych wartości naprężeń stycznych (τ_{xy})). W związku z powyższym, w pracach [2, 5, 6] wzdłużny rozkład naprężeń uzyskano poprzez wprowadzenie wzdłużnych sił masowych X , przyjmując wzdłużny rozkład naprężeń normalnych wg wzoru (9).

Na rys.7. pokazano rozpatrywane w pracach [2, 3, 5, 6] przypadki poprzecznej zmienności naprężeń w płycie wspornikowej w zależności od wartości parametru α_s .



Rys. 7. Rozpatrywane w pracach [2, 3, 5, 6] schematy rozkładu naprężeń w płycie wspornikowej

2.6. Naprężenia krytyczne

Naprężenia krytyczne (σ_{cr}) wywołujące lokalne wybożenie przęsłowej lub wspornikowej „płyty krytycznej” przy wzdłużnej zmienności naprężeń odniesiono do najbardziej ściskanej krawędzi (por.rys.5 i rys.7.) i wyrażono w postaci klasycznego wzoru:

$$(11) \quad \sigma_{cr} = k\sigma_E$$

gdzie: σ_E - naprężenia Eulera dla płyty, dla $E = 210000 \text{ N/mm}^2$ oraz $\nu = 0.3$ można w przybliżeniu przyjąć $\sigma_{E,i} = 190000(t_i/b_i)^2$

W pracach [2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13] płytowe współczynniki wybożeniowe (k) do wzoru (11) wyznaczono metodą energetyczną. Całkowitą energię potencjalną układu: płyta – obciążenie zapisano w postaci:

$$(12) \quad U_s = V_{s,1} + V_{s,2} - L_s$$

gdzie: $V_{s,1}$ - energia sprężysta zginania płyty, $V_{s,2}$ - energia sprężystego zamocowania krawędzi, L_s - praca sił zewnętrznych.

Z uwagi na fakt, że funkcje ugięcia zapisano szeregiem wielomianowo – sinusowym (2) dla płyty przęsłowej, oraz (6) dla płyty wspornikowej, energię sprężystą ($V_{s,1}$) wyznaczono w sposób zaproponowany przez Jakubowskiego²⁸, a funkcję pracy sił zewnętrznych (L_s) przy obciążeniu płyty wg rys.4 lub rys.5 wyznaczono z sekwencji wzorów zamieszczonych w pracy [3]. Natomiast energię sprężystego zamocowania ($V_{s,2}$), dla każdej podpartej krawędzi podłużnej „płyty krytycznej” wyznaczono ze wzoru (13)²⁹:

$$(13) \quad V_{s,2} = \frac{C_\theta}{2} \int_0^{l_s} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 dx$$

Płytowe naprężenia krytyczne oraz odpowiadające im postacie wybożenia wyznaczono z układu równań:

$$(14) \quad \partial U_s / \partial f_{ip} = 0$$

srowadzając zagadnienie do problemu wyznaczania wartości i wektorów własnych.

Do numerycznego wyznaczenia współczynników wybożeniowych (k) oraz postaci wybożenia różnych typów płyt, opracowałem, w środowisku pakietu *Mathematica*[®], programy obliczeniowe opisane w pracach [2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 13]. Programy te umożliwiają m.in. tablicowanie płytowych współczynników wybożeniowych, wyznaczenie i analizę kolejnych postaci wybożenia oraz graficzną prezentację wyników obliczeń (tabele, wykresy, postacie wybożenia itd.). Funkcję ugięcia płyt przęsłowych aproksymowano szeregami (2, 3, 4, 5), a płyt wspornikowych szeregiem (6). Jednocześnie narzucano wartości początkowe wskaźnika utwierdzenia wg wzoru (1), od $\kappa=0$ dla krawędzi swobodnie podpartej, przez $0 < \kappa < 1$ dla krawędzi zamocowanej sprężysto, do $\kappa=1$ dla krawędzi w pełni utwierdzonej. Parametr i_o określający ilość półfal funkcji sinus w kierunku długości płyty (osi x_s) dobierano w zależności od typu płyty, stosunku wymiarów ($\gamma_s = l_s/b_s$) oraz rozkładu naprężeń działających w jej płaszczyźnie. Przykład takiej analizy zbieżności wyników przedstawiono w pracy [3]. Obliczenia każdego typu płyty były każdorazowo poprzedzane taką właśnie analizą, co

²⁸ Jakubowski S., (1986): Macierzowa analiza stateczności i drgań własnych ścian dźwigarów cienkościennych, *Archiwum Budowy Maszyn*, Tom XXXIII, Zeszyt 4, 357-375.

²⁹ Bulson P.S. *The Stability of Flat Plates*. Chatto and Windus. London 1970.

dawało wystarczającą dokładność z technicznego punktu widzenia przy jednoczesnej redukcji ilości obliczeń.

2.7. Wykresy płytowych współczynników wyboczeniowych

2.7.1. Płyty przęsłowe – współczynnik k

W pracach [9, 10, 13] zagadnienie miejscowej utraty stateczności ściskanego pasa lub półki przekroju cienkościennego sprowadzono do analizy wyboczenia sprężystie zamocowanej płyty przęsłowej (Ia, Ib lub Ic) przy udziale obciążeń wywołujących zmienność naprężeń w kierunku długości segmentu pręta. Wyznaczono wykresy płytowych współczynników wyboczeniowych (k) dla sprężystie zamocowanych, różnych typów płyt przęsłowych, których nie znaleziono w literaturze. Przeanalizowano wpływ wzdłużnej zmienności naprężeń oraz stopnia sprężystego zamocowania krawędzi wzdłużnych na postacie wyboczenia płyt.

Przykładowo, na podstawie pracy [13], na rys.8. pokazano wykresy współczynnika k dla osiowo ściskanej i sprężystie zamocowanej (tab.3) płyty przęsłowej (Ia) przy nieliniowym rozkładzie naprężeń w kierunku długości płyty wg (7, 8) dla $i=2$ oraz $m_2=1$ (gdzie $\gamma_s=l_s/b_s$). Linia przerywaną, zaznaczono wartości k dla przypadku swobodnego podparcia, które przyjęto w EC3-1-5.

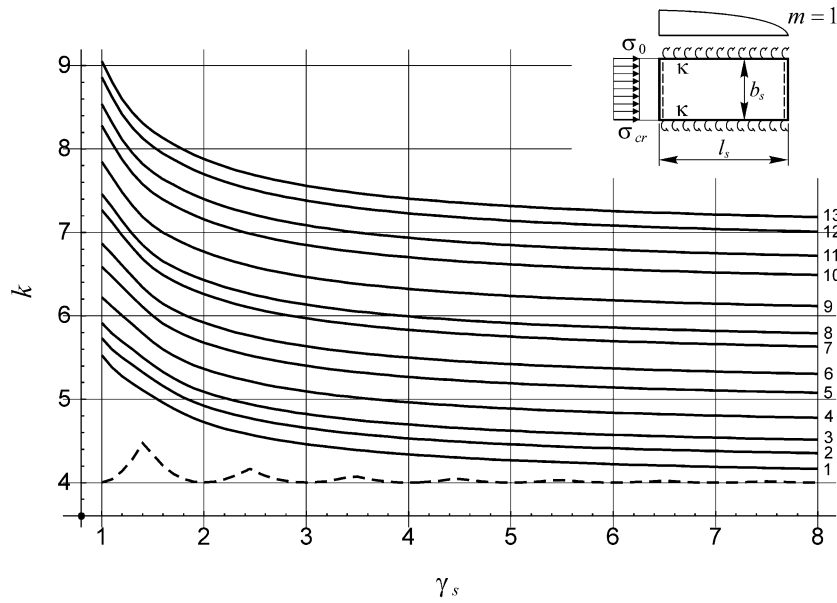
Tabela 3. Przyporządkowanie numeru krzywej na rys.8 do wskaźnika κ dla płyty Ia

Nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
κ	0	0.2	0.333	0.5	0.636	0.714	0.8	0.833	0.889	0.937	0.962	0.987	1

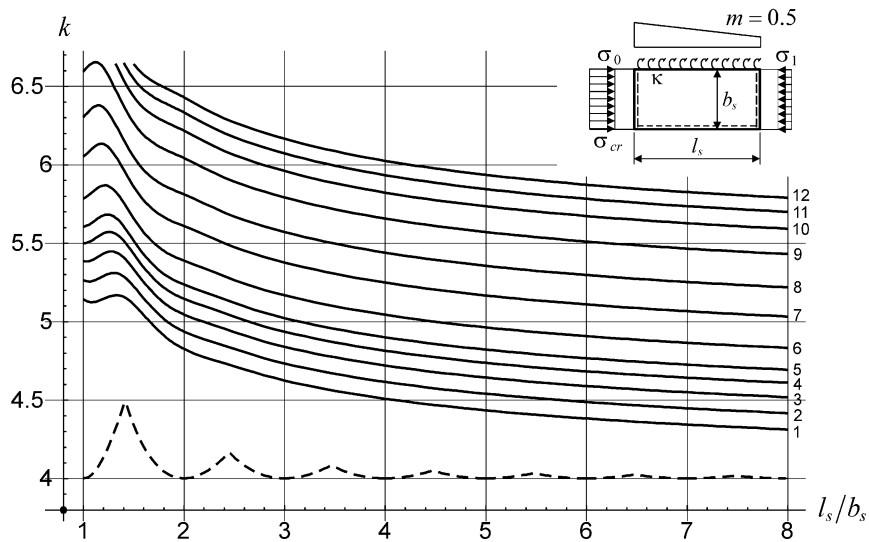
Na rys.9. wg [10] pokazano wykresy współczynnika k dla osiowo ściskanej i jednostronnie sprężystie zamocowanej (tab.4) płyty przęsłowej (Ib) przy liniowym rozkładzie naprężeń w kierunku długości płyty wg (7, 8) dla $i=1$ oraz $m_1 = 0.5$.

Tabela 4. Przyporządkowanie numeru krzywej na rys.9 do wskaźnika κ dla płyty Ib.

Nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
κ	0	0.2	0.333	0.429	0.5	0.6	0.714	0.8	0.882	0.937	0.972	1



Rys.8. Wykresy współczynnika k dla osiowo ściskanej i sprężystie zamocowanej (tab.3) płyty przęsłowej (Ia) przy nieliniowym wzdłużnym rozkładzie naprężeń wg (7, 8) dla $m_2 = 1$.

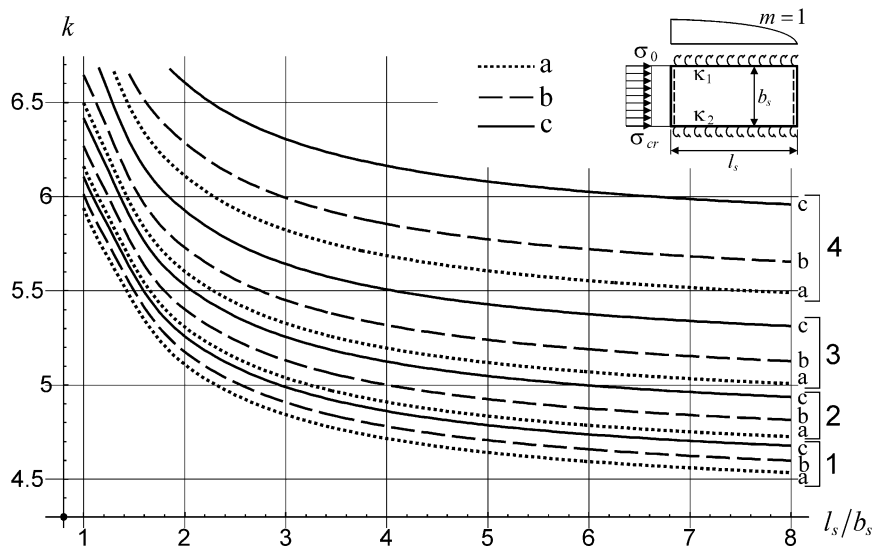


Rys.9. Wykresy współczynnika k dla osiowo ściskanej i jednostronnie sprężystie zamocowanej (tab.4) płyty przęsłowej Ib, przy liniowym rozkładzie naprężeń wg (7, 8) dla $m_1 = 0.5$

Z kolei na rys.10. wg [9] pokazano wykresy współczynnika k dla osiowo ściskanej i niesymetrycznie (niejednakowo) sprężystie zamocowanej (tab.5) płyty przęsłowej (Ic) przy nieliniowym rozkładzie naprężeń w kierunku długości płyty wg (7, 8) dla $i = 2, m_2 = 1$.

Tabela 5. Przyporządkowanie numeru krzywej na rys.10. do wskaźników κ_1 dla płyty Ic

Lp.	κ_1	$\kappa_2 = \xi \kappa_1$		
		a) $\xi = 0.25$	b) $\xi = 0.5$	c) $\xi = 0.75$
1	0.5	0.125	0.25	0.375
2	0.65	0.1625	0.325	0.4875
3	0.8	0.2	0.4	0.6
4	0.95	0.2375	0.475	0.7125

**Rys.10.** Wykresy współczynników k dla osiowo ściskanej i niesymetrycznie sprężystości zamocowanej (tab.5) płyty przęsłowej przy nieliniowym wzdłużnym rozkładzie naprężeń wg (7, 8) dla $m_2=1$

Ponadto w pracy [9] wykazano, że ze wzrostem wskaźnika utwierdzenia κ_1 krawędzi ($y_s=0$) oraz wzrostem parametru $\xi=\kappa_2/\kappa_1$ (wg tabl.5) rosną naprężenia krytyczne niesymetrycznie sprężystości zamocowanych przeciw obrotowi płyt przęsłowych (Ic). Na podstawie obliczeń wielu przypadków szczególnych dla parametrów $m_i = 0.25; 0.5; 0.75$ i 1.0 , przy wzdłużnym rozkładzie naprężeń wg wzorów (7, 8) oraz wartości wskaźników κ_i wg tabl.5 można stwierdzić, że dla $\gamma_s=l_s/b_s \geq 2$ technicznie przydatnym rozwiązaniem jest oszacowanie współczynnika k płyty Ic ($\kappa_1 \neq \kappa_2$), jako wartości średniej dla płyty symetrycznie zamocowanej ($\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$) o wskaźnikach odpowiednio $\kappa = \kappa_1$ i $\kappa = \kappa_2$ (np. wg [9]). Maksymalne różnice dla w/w przedziału nie przekroczyły $\pm 1.5\%$.

Moim oryginalnym osiągnięciem jest wyznaczenie licznych wykresów [9, 10, 13] płytowego współczynnika wyboczeniowego (k) dla wielu technicznie ważnych przypad-

ków sprężycie zamocowanych płyt przęsłowych przy wzdłużnej zmienności naprężeń, których nie znaleziono w literaturze.

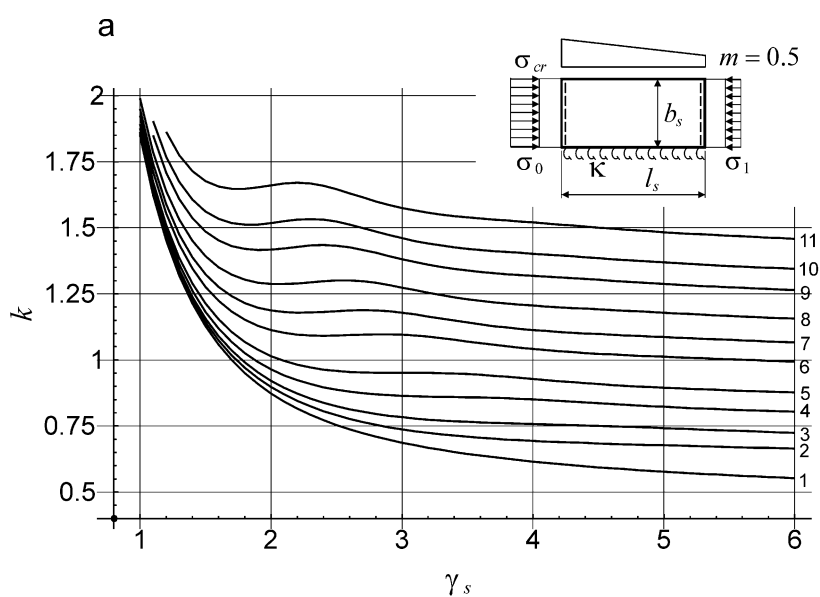
2.7.2. Płyty wspornikowe – współczynnik k

W pracach [2, 4, 5, 6] zagadnienie miejscowej utraty stateczności, osiowo lub mimośrodowo ściskanej półki (z krawędzią swobodną) lub jednozagięciowego usztywnienia półki przekroju cienkościennego, sprowadzono do analizy wyboczenia jednostronnie sprężycie zamocowanej płyty wspornikowej (II) przy udziale obciążeń wywołujących wzdłużną zmienność naprężeń. Wyznaczono wykresy płytowych współczynników wyboczeniowych (k) dla sprężycie zamocowanych i różnie obciążonych płyt wspornikowych, których nie znaleziono w literaturze. Przeanalizowano wpływ wzdłużnej zmienności naprężeń oraz stopnia sprężystego zamocowania krawędzi wzdłużnych na postacie wyboczenia płyt.

Przykładowo, na podstawie pracy [2], na rys.10. pokazano wykresy współczynnika k dla osiowo ściskanej i sprężycie zamocowanej (tab.6) płyty wspornikowej (II) przy liniowym rozkładzie naprężeń w kierunku długości płyty wg (7, 8) dla $i=1$ oraz $m_1 = 0.5$.

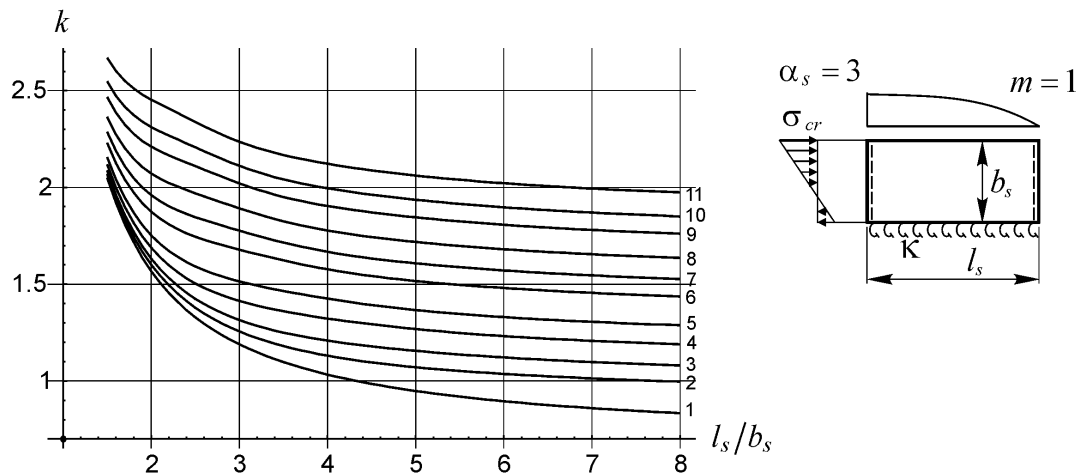
Tabela 6. Przyporządkowanie numeru krzywej na rys.10. i 11. do wskaźnika κ dla płyty II

Nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
κ	0	0.07	0.13	0.231	0.333	0,5	0.6	0.714	0.833	0.909	1



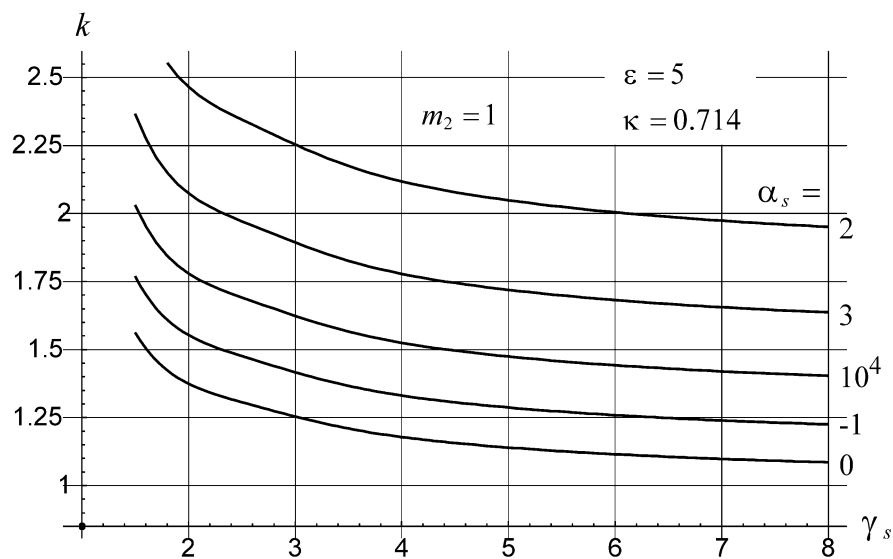
Rys. 10. Wykresy współczynnika k dla osiowo ściskanej i sprężycie zamocowanej (tab.6) płyty wspornikowej przy liniowym rozkładzie naprężeń wg (7, 8) dla: $m_1=0.5$ [2]

Na rys. 11, na podstawie pracy [6] pokazano wykresy współczynnika k dla liniowego w kierunku poprzecznym ($\alpha_s = 3$, por.rys.7) oraz nieliniowego w kierunku podłużnym wg (7, 8 dla $i = 2, m_2 = 1$) rozkładu naprężeń.



Rys.11. Współczynnik k dla liniowego w kierunku poprzecznym ($\alpha_s = 3$) i nieliniowego w kierunku podłużnym ($m_2 = 1$) rozkładu naprężeń w funkcji $\gamma_s = l_s/b_s$ oraz κ wg tab.6.

Z kolei na rys.12. wg [5], pokazano wykresy współczynnika k dla mimośrodowo ściśkanej i sprężycie zamocowanej ($\kappa = 0.714$) płyty wspornikowej (II) przy nieliniowym rozkładzie naprężeń w kierunku długości płyty wg (7, 8) dla $i = 2, m_2 = 1$ oraz różnych wartości α_s wg rys.7.



Rys.12. Porównanie wykresów współczynnika k dla sprężycie zamocowanej ($\kappa = 0.714$) płyty wspornikowej przy nieliniowym rozkładzie naprężeń ($m_2 = 1$) dla różnych wartości α_s wg rys.7.

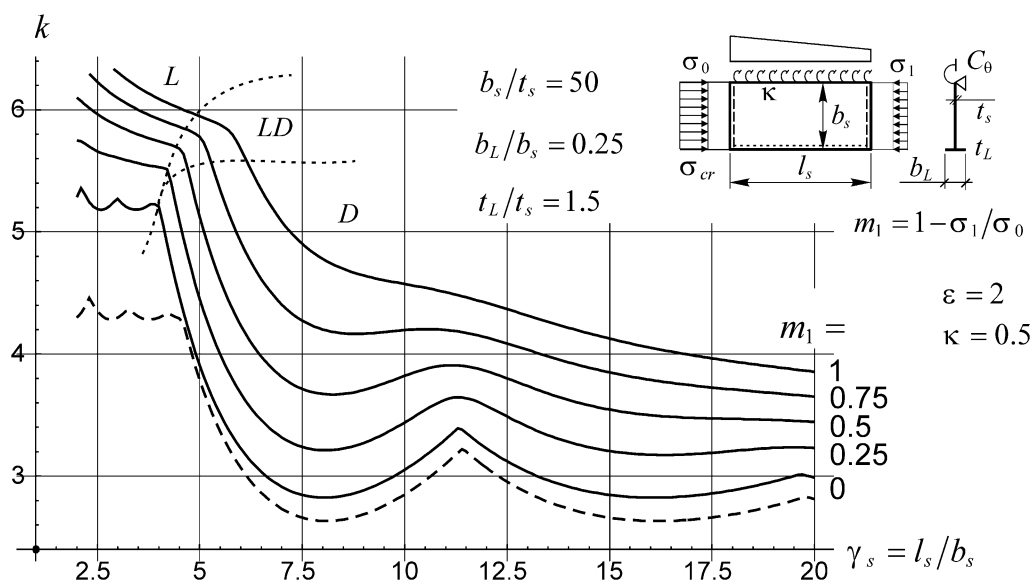
Moim oryginalnym osiągnięciem jest wyznaczenie wielu wykresów [2, 3, 4, 5, 6] płytowego współczynnika wybocheniowego (k) dla technicznie ważnych przypadków jednostronnie sprężyste zamocowanych płyt wspornikowych przy wzdłużnej i poprzecznej zmienności naprężeń, których nie znaleziono w literaturze.

2.7.3. Płyty wspornikowe podatnie usztywnione (typ III) – współczynnik k

W pracy [4] wyboczenie półki usztywnionej kształtownika cienkościennego sprawdzono do analizy wybożenia sprężyste zamocowanej przeciw obrotowi płyty wspornikowej z podatnym na ugięcie usztywnieniem krawędzi swobodnej (typ III). Uwzględniono wzdłużną zmienność naprężeń wg funkcji liniowej oraz paraboli 2. stopnia. Przyjęte w pracy [4] funkcje ugięcia płyty i usztywnienia umożliwiły modelowanie odpowiednich warunków brzegowych oraz różnych postaci wybożenia przy występowaniu wzdłużnej zmienności naprężeń. Wyznaczono wykresy współczynników wybożeniowych dla różnych rozkładów obciążenia w funkcji wskaźnika sprężystego utwierdzenia i proporcji geometrycznych usztywnienia.

Przykładowo na rys.13. wg [4], pokazano wykresy współczynnika k sprężyste zamocowanej ($\kappa=0.5$) płyty wspornikowej ($b_s/t_s = 50$) z usztywnieniem krawędzi ($b_L/b_s=0.25$; $t_L/t_s=1.5$) przy liniowym rozkładzie naprężeń na długości płyty wg wzorów (7, 8, 9) dla $m_1 = 0; 0.25; 0.5; 0.75$ i 1. Dolną linią przerywaną zaznaczono wykres współczynnika k wyznaczony z pominięciem sztywności skrętniej usztywnienia dla $m_1=0$. Natomiast ukośnymi liniami kropkowymi oddzielono przedziały występowania wybożenia lokalnego (L), interakcji wybożenia lokalnego i dystorsyjnego (LD) oraz przedział wybożenia dystorsyjnego (D). Wraz ze wzrostem wartości parametru m_1 rozszerza się przedział występowania interakcyjnej postaci wybożenia (LD).

Wykresy współczynnika k dla $m_1=0$ (rys.13) mają charakter krzywych girlandowych zarówno w przedziale występowania wybożenia lokalnego (L) jak również w przedziale wybożenia dystorsyjnego (D), co pozwala na ocenę liczby półfal miarodajnej postaci wybożenia. W przypadku wzdłużnej zmienności naprężeń ($m_1>0$) wraz ze wzrostem parametru m_1 współczynniki k rosną, a ich wykresy tracą charakter krzywych girlandowych. W tym przypadku tworzą się półfale wybożenia o zmiennej długości i malejących amplitudach [4].

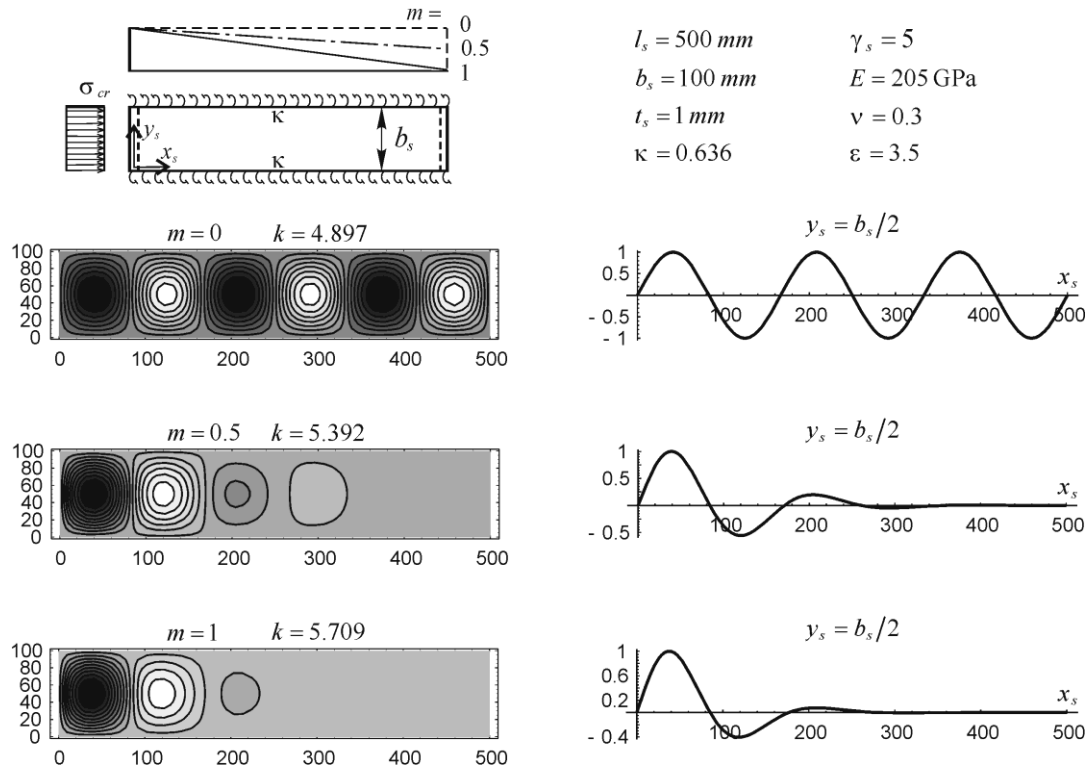


Rys. 13. Wykresy współczynnika k przy liniowym rozkładzie naprężeń dla $m_1 = 0; 0.25; 0.5; 0.75$ i 1

2.8. Postacie wyboczenia „płyt krytycznych” przy wzdlużnej zmienności naprężeń

Z badań własnych wynika jednoznacznie, że wzdlużna zmienność naprężeń wywołuje powstawanie półfal lokalnego wyboczenia o różnej zmiennej długości i zmiennej (np. malejącej) amplitudzie [2–13]. Pierwszą postać wyboczenia płyty wyznaczano z układu równań (13) jako pierwszy wektor własny odpowiadający najmniejszemu naprężeniu krytycznemu. W pracy [2] zdefiniowano „półfałę krytyczną” jako tę z największymi ugięciami i występującą od strony największego obciążenia ściskającego. Za jej długość wyboczeniową (l_{cr}) przyjęto, podobnie jak dla stałej intensywności naprężeń ($m=0$), odległość pomiędzy punktami przegięcia ($w''(x_s)=0$) „ślądu” pierwszej postaci wyboczenia o maksymalnych ugięciach (i występującej od strony maksymalnych obciążeń).

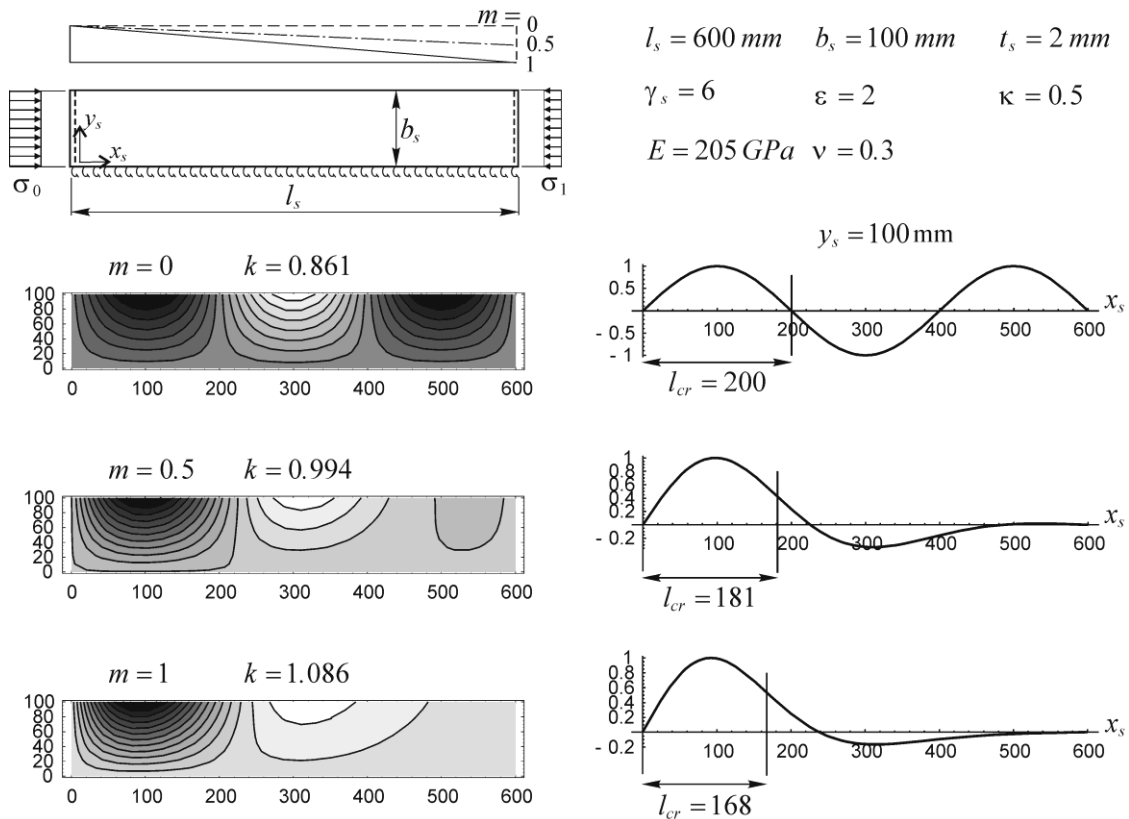
Na rys.14. przedstawiono postacie wyboczenia sprężystie zamocowanej ($\kappa=0.636$, $\varepsilon=3.5$, gdzie $\varepsilon = 2\kappa/(1-\kappa)$) płyty przęsłowej Ia dla $\gamma_s=5$, przy stałym ($m_0=0$) oraz liniowym rozkładzie naprężeń wg wzorów (7, 8) dla $m_1 = 0.5$ i 1 (dane podano na rys.14). Wektory własne unormowano tak, aby maksymalne ugięcia (dla $y=b_s/2$) były równe 1.



Rys.14. Postacie wyboczenia sprężysto zamocowanej ($\kappa = 0.636$) płyty przęsłowej Ia przy wzdluznej zmienności naprężeń wg wzorów (7, 8) przy $m_i = 0; 0.5$ i 1

Moim oryginalnym osiągnięciem jest wykazanie [9, 10, 11, 12, 13], że w przypadku płyty przęsłowej (Ia) ze wzrostem parametru m_i : 1) rosną płytowe współczynniki wyboczeniowe k , 2) skróceniu ulega długość wyboczeniowa „półfali krytycznej”, 3) maleje liczba i amplituda kolejnych (na długości płyty) półfal wyboczenia, 4) maksymalne ugięcia „półfali krytycznej” przy $m_i > 0$ występują od strony bardziej obciążonej krawędzi poprzecznej.

Z kolei na rys.15. przedstawiono postacie wyboczenia sprężysto zamocowanej ($\kappa = 0.5$, $\varepsilon = 2$) płyty wspornikowej dla $\gamma_s = 6$ (szczegółowe dane podano na rys.15), przy stałym ($m_0=0$) oraz liniowym rozkładzie naprężeń wg wzorów (7, 8) dla $m_1=0.5$ i 1.0 . Wektory własne unormowano tak, aby maksymalne ugięcia (dla $y_s = b_s$) były równe 1.



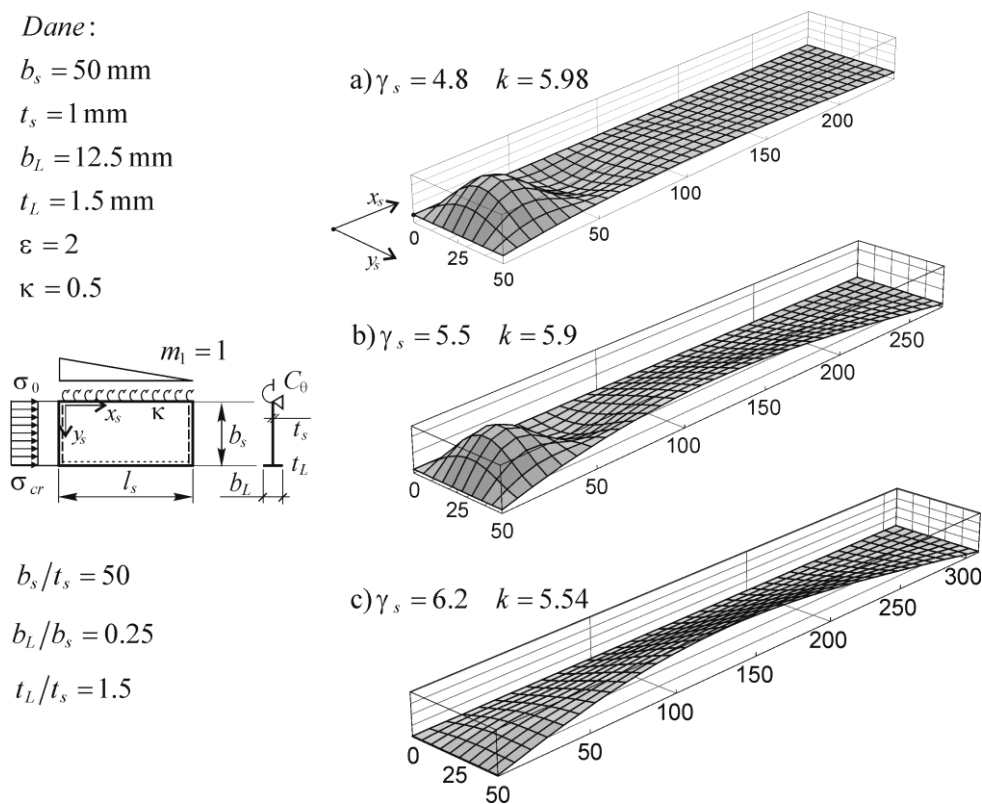
Rys.15. Postacie wyboczenia sprężystie zamocowanej ($\kappa=0.5$, $\varepsilon=2$) płyty wspornikowej przy wzdluznej zmienności naprężeń wg wzorów (6 i 7) dla $m = 0; 0.5$ i 1

Moim oryginalnym osiągnięciem jest wykazanie [2, 3, 4, 5, 6], że w przypadku płyty wspornikowej (II) ze wzrostem parametru m_i : 1) rosną płytowe współczynniki wyboczeniowe k , 2) skraca się długość wyboczeniowa „półfali krytycznej”, 3) maleje liczba i amplituda kolejnych „półfal” wyboczenia, 4) maksymalne ugięcia przy $m_i > 0$ występują od strony bardziej obciążonej krawędzi poprzecznej.

Porównując postacie wyboczenia płyty przęsłowej (np. Ia) z płytą wspornikową (II) (por.rys.13,14) należy stwierdzić, że różnice występują przede wszystkim w długości wyboczeniowej „półfali krytycznej”. W przypadku sprężystie zamocowanych płyt wspornikowych długość ta przekracza wartość szerokości płyty. Natomiast w przypadku sprężystie zamocowanych płyt przęsłowych (Ia, Ib, Ic), jest ona zawsze mniejsza od szerokości płyty.

Moim oryginalnym osiągnięciem jest wykazanie, że w przypadku wzdluznej zmienności naprężeń, na długości sprężystie zamocowanej płyty przęsłowej lub wspornikowej powstaje szereg półfal wyboczenia o różnej długości i zmiennej (np. malejącej) amplitudzie.

Natomiast na rys.16. pokazano przykładowe postacie wybożenia sprężystie zamocowanej płyty wspornikowej z usztywnieniem krawędzi „swobodnej” wyznaczone programem „Ncr-plate-cantilever-sym-stiffener.nb” wg [4]. (Uwaga: dane geometryczne i schemat podparcia i obciążenia zamieszczono na rys.16). Przykład odpowiada wykresowi współczynnika k dla krzywej $m_1=1$ z rys.13. Rys.16a przedstawia lokalną postać wybożenia na granicy przedziału (L) dla $\gamma_s=4.8$. Z kolei rys.16b przedstawia w pełni rozwiniętą postać interakcyjną (mniej więcej w środku przedziału LD) dla $\gamma_s=5.5$. Natomiast na rys.16c pokazano postać wybożenia dystorsyjnego na granicy przedziału (D) dla $\gamma_s=6.2$. (Uwaga: w celu poprawienia widoczności postaci wybożenia na rys.16abc „zdjęto” usztywnienie krawędzi).



Rys.16. Postacie wybożenia przykładowej płyty wspornikowej z usztywnieniem (III)

Z porównania postaci wybożenia w tym przypadku wynika, że: 1) postać lokalna (L) „składa” się z dwóch zasadniczych „półfal” wybożenia o silnie zróżnicowanych amplitudach („półfala krytyczna” o maksymalnej amplitudzie występuje od strony krawędzi bardziej obciążonej $x_s=0$), 2) postać interakcyjna (LD) charakteryzuje się ugięciami zarówno „płytowymi” jak również „belkowymi”, oraz 3) postać dystorsyjna (D) składa się z jednej, łagodnie

niesymetrycznej półfali wybożenia płyty wspornikowej z usztywnieniem (maksymalna amplituda występuje dla współrzędnej $x_s=120 < 310/2=155$ mm) [4].

2.9. Wzory aproksymacyjne współczynnika k

W literaturze nie natrafiono na wzory aproksymacyjne współczynnika k uwzględniające jednocześnie sprężyste zamocowanie krawędzi płyty i wzdłużną zmienność naprężeń. Co prawda Yu i Schafer³⁰ przedstawili wzory aproksymacyjne uwzględniające wzdłużny liniowy rozkład naprężeń dla osiowo ściskanych płyt przęsłowych i wspornikowych, ale jedynie przy granicznych (przegub, utwierdzenie) warunkach brzegowych.

Natomiast w pracach [2, 5, 7, 8, 11, 12] wyprowadziłem wzory aproksymacyjne płytowego współczynnika wybożeniowego k^* przy uwzględnieniu dowolnej wartości wskaźnika utwierdzenia κ (z przedziału $0 \div 1$) dla następujących przypadków:

1. osiowo ściskanych płyt przęsłowych: Ia [7, 8, 12] oraz Ib [11];
2. osiowo ściskanej płyty wspornikowej II [2];
3. mimośrodowo ściskanej lub „tarczowo” zginanej płyty wspornikowej II [5].

Wzięto pod uwagę wzdłużny rozkład naprężeń wg (8) dla trzech, technicznie ważnych przypadków: 1) stałego rozkładu naprężeń ($i = 0$), 2) liniowego rozkładu naprężeń ($i = 1$), oraz 3) nieliniowego rozkładu naprężeń wg paraboli 2^o ($i = 2$).

Wzory aproksymacyjne wyprowadzono na podstawie analizy numerycznej dużych zbiorów tablic współczynników wyznaczonych własnymi programami komputerowymi przedstawionymi w pracach [2, 5, 6, 11, 12]

Wzór aproksymacyjny płytowego współczynnika wybożeniowego (k^*) przyjęto w ogólnej postaci:

$$(15) \quad k^*(\kappa, m, \gamma) = k_\infty(\kappa) + \frac{f_q(\kappa, m)}{\gamma_s^{w_q(m)}}$$

gdzie: $k_\infty(\kappa)$ - współczynnik wybożeniowy dla nieskończenie długiej płyty przy stałej intensywności naprężeń ($m_0=0$) w funkcji wskaźnika utwierdzenia (κ), $w_q(m)$ - wykładnik potęgowy w funkcji para-

³⁰ Yu C, Schafer BW. Effect of longitudinal stress gradient on the ultimate strength of thin plates. Thin-Walled Structures 2006; 44: 787-799.

metru wzdłużnego rozkładu naprężeń (m), $f_q(\kappa, m)$ - wyrażenie uwzględniające wzdłużną zmienność naprężeń i wskaźnik utwierdzenia wg wzoru:

$$(16) \quad f_q(\kappa, m) = \sum_{n=0}^{n_0} \left(\sum_{j=1}^{j_0} c_{nj} m^j \right) \kappa^n$$

gdzie: c_{nj} - wyrazy macierzy współczynników wyznaczone metodą najmniejszych kwadratów.

Współczynnik wyboczeniowy $k_\infty(\kappa)$ przyjęto w ogólnej postaci:

$$(17) \quad k_\infty(\kappa) = \sum_{r=0}^{r_0} a_r \kappa^r$$

gdzie: a_r - wyrazy wektora współczynników wyznaczone metodą najmniejszych kwadratów.

Przykładowo, dla osiowo ściskanej płyty przęsłowej (Ia) przy wzdłużnym liniowym rozkładzie naprężeń współczynnik k^* ma postać [12]:

$$(18) \quad k^*(\kappa, m, \gamma_s) = k_\infty(\kappa) + [3.659m - 2.581m^2 + 1.184m^3 + (0.533m - 0.45m^2 + 0.218m^3)\kappa + (1.519m - 1.933m^2 + 1.046m^3)\kappa^3 - (2.536m - 4.247m^2 + 2.409m^3)\kappa^5 + (2.413m - 3.635m^2 + 1.992m^3)\kappa^7] / \gamma_s^{(0.68+0.04m)}$$

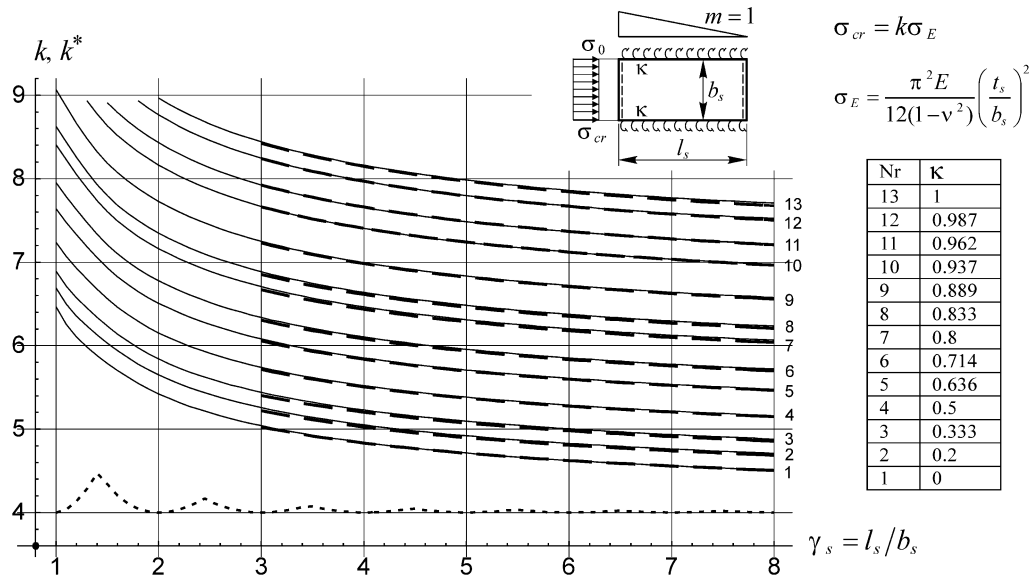
gdzie:

$$(19) \quad k_\infty(\kappa) = 4 + 0.746\kappa + 2.304\kappa^3 - 2.836\kappa^5 + 2.73\kappa^7$$

Wyniki otrzymane ze wzoru (18) dla $\kappa = 0$ pokrywają się z wartościami uzyskanymi przez Kowala³¹.

Na rys.17 porównano wykresy współczynnika k (linie ciągłe) dla płyty Ia przy liniowym rozkładzie naprężeń ($m_1=1$), dla różnych wartości wskaźnika sprężystego utwierdzenia krawędzi podłużnych ($\kappa=0 \div 1$), które wyznaczono programem wg [13] ze współczynnikiem k^* (linie przerywane) obliczonym wg wzoru (18).

³¹ Kowal Z. Stateczność ściskanego pasa w dźwigarze blachowym o przekroju skrzynkowym, Zeszyty Naukowe Politechniki Wrocławskiej, Budownictwo 1965, 122, s.73-85.



Rys.17. Porównanie płytowych współczynników wyboczeniowych (k, k^*).

Z kolei dla osiowo ściskanej płyty wspornikowej (II) przy nieliniowym rozkładzie naprężeń (wg paraboli 2^o) wzór aproksymacyjny współczynnika k^* zapisano w postaci [2]:

$$\begin{aligned}
 (20) \quad k^*(\kappa, m, \gamma) = & k_\infty(\kappa) + [1.096m - 0.808m^2 + 0.363m^3 + \\
 & (20.064m - 63.78m^2 + 74.842m^3 - 30.565m^4)\kappa^2 + \\
 & (-58.826m + 195.88m^2 - 232.857m^3 + 95.684m^4)\kappa^3 + \\
 & (61.802m - 211.851m^2 + 254.031m^3 - 104.82m^4)\kappa^4 + \\
 & (-22.086m + 77.761m^2 - 93.977m^3 + 38.925m^4)\kappa^5] \gamma_s^{(1.06+0.04m)}
 \end{aligned}$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
 (21) \quad k_\infty(\kappa) = & 0.425 + 2.893\kappa - 19.433\kappa^2 + 83.849\kappa^3 - 195.943\kappa^4 + \\
 & 250.971\kappa^5 - 165.321\kappa^6 + 43.833\kappa^7
 \end{aligned}$$

W tabeli 7 podano współczynniki k obliczone programem *Ncr_plate_elastic-free.nb* [2] dla wybranych wartości parametrów (γ_s, m, κ) i porównano je (w %) ze współczynnikami k^* wyznaczonymi ze wzoru (20) dla wzdłużnego nieliniowego rozkładu naprężeń.

Tabela 7. Porównanie współczynników k i k^* .

γ_s	m	$\kappa = 0.1$		$\kappa = 0.25$		$\kappa = 0.5$		$\kappa = 0.75$		$\kappa = 1$	
		k	k^*/k	k	k^*/k	k	k^*/k	k	k^*/k	k	k^*/k
3	0.25	0.652	101.53	0.767	101.04	0.988	96.46	1.161	97.16	1.388	100.07
3	0.5	0.709	100.14	0.822	99.88	1.023	97.85	1.210	97.85	1.457	99.52
3	0.75	0.761	98.03	0.868	98.62	1.056	98.30	1.250	97.92	1.509	99.07
3	1.0	0.807	97.03	0.909	97.80	1.088	98.53	1.284	98.36	1.551	99.03
5	0.25	0.647	97.37	0.748	98.66	0.915	99.34	1.099	98.64	1.349	99.32
5	0.5	0.665	98.95	0.778	98.20	0.942	99.47	1.127	99.02	1.384	99.42
5	0.75	0.684	99.12	0.799	98.00	0.964	99.38	1.150	99.04	1.410	99.36
5	1.0	0.701	99.57	0.817	98.16	0.983	99.39	1.169	99.23	1.432	99.37
10	0.25	0.612	99.18	0.724	98.20	0.884	99.32	1.063	99.06	1.316	99.24
10	0.5	0.623	99.52	0.736	98.23	0.897	99.33	1.077	99.07	1.331	99.32
10	0.75	0.632	99.68	0.745	98.25	0.907	99.34	1.088	99.08	1.343	99.26
10	1.0	0.639	100.00	0.753	98.27	0.915	99.34	1.097	99.09	1.353	99.33

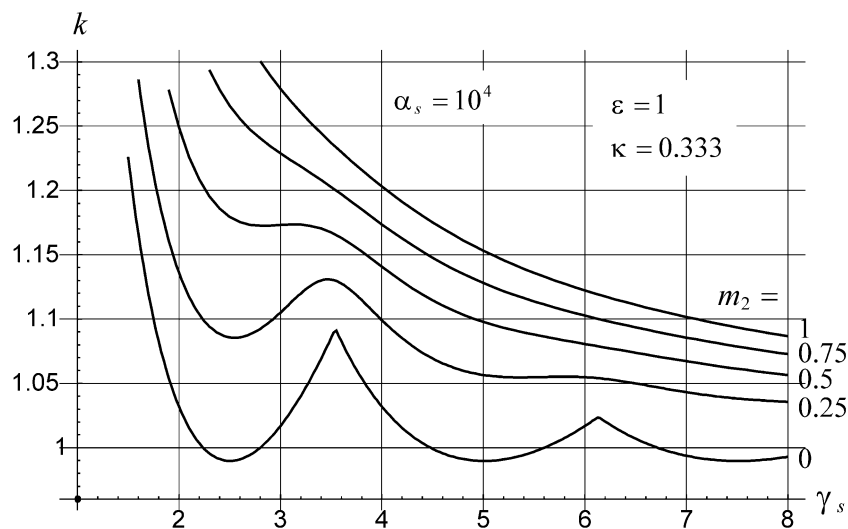
Z porównania wyników zamieszczonych w tab. 7 wynika dobra zgodność współczynników (k^*) obliczonych ze wzoru (20) z wartościami wyznaczonymi programem *Ncr_plate_elastic-free.nb*. Większe różnice zanotowano dla płyt krótkich (np. $\gamma_s=3\div 4$) przy bardzo niskich wartościach parametrów m i κ . Na przykład dla $m=0.01$ i $\kappa=0.01$ maksymalna różnica w przedziale ($3 \leq \gamma_s \leq 4$) nie przekroczyła (-16%), a już dla $m=0.1$ i $\kappa=0$ wyniosła zaledwie (-4.5% , tzn. ze wzoru (20) otrzymano wartości mniejsze, konserwatywne). Ponadto tak krótkie płyty raczej rzadko występują w stosowanych w praktyce prętach cienkościennych (chodzi tu o podłużny rozstaw żeber). Natomiast dla płyt dłuższych (np. $\gamma_s \geq 5$) różnice rzadko przekraczają (-3%).

Na podstawie licznych testów obliczeniowych stwierdzono, że bezpieczne (konserwatywne) oszacowanie współczynnika k^* można uzyskać ze wzoru (20) w następujących przedziałach: $\gamma_s \geq 3$; $0 \leq m \leq 1$; $0 \leq \kappa \leq 1$.

Moim oryginalnym osiągnięciem jest wyprowadzenie wzorów aproksymacyjnych płytowego współczynnika wyboczeniowego (k), które uwzględniają zarówno efekt

wzdłużnej zmienności naprężeń jak również efekt sprężystego zamocowania krawędzi. Postać wzorów pozwala na ich proste zaprogramowanie w dowolnym arkuszu kalkulacyjnym.

Z kolei w pracy [5] rozpatrzono przypadek mimośrodowo ściskanej lub „tarczowo” zginanej i jednostronnie sprężysto zamocowanej płyty wspornikowej przy stałym lub zmiennym, w kierunku długości, rozkładzie naprężeń. W przypadku stałego rozkładu naprężeń ($m_0=0$) wykresy współczynników wybozeniowych mają postać krzywych girlandowych (rys.18). Dla płyt, których długość jest wielokrotnością długości wybozeniowej (l_{cr}) otrzymuje się $k = k_{min}$. Stąd dla długich płyt (ścianek przekroju) współczynnik wybozeniowy szybko dąży do wartości minimalnej ($k_{\infty} = k_{min}$, por.rys.18 dla $m = 0$). W praktyce projektowej przyjmuje się z reguły wartość minimalną k_{min} dla danego schematu statycznego i sposobu obciążenia płyty, (np. $k=0.43$ dla swobodnie podpartej i równomiernie ściskanej płyty wspornikowej lub $k = 4$ dla tak samo obciążonej płyty przęsłowej³². W normie uwzględniono przypadek poprzecznej zmienności naprężeń, ale wyłącznie dla swobodnie podpartej płyty wspornikowej przy stałej, wzdłużnej intensywności naprężeń.



Rys.18. Porównanie wykresów współczynnika k dla $\alpha_s = 10^4$ i sprężysto zamocowanej ($\kappa=0.333$) płyty wspornikowej przy nieliniowym rozkładzie naprężeń dla $m_2 = 0.25; 0.5; 0.75$ i 1

Na podstawie obliczeń wykonanych programem *Ncr_plyta_sw-spręż-(3).nb*, wyznaczono wartości współczynników k_{min} (dla $m_0 = 0$) i wyprowadzono formuły aproksymacyjne dla

³² PN-EN 1993-1-5. Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-5: Blachownice.

przypadków mimośrodowego ściskania (por.rys.7.) w funkcji wskaźnika κ . Wzory wyprowadzono przy założeniu rozbicia ich ważności na dwa przedziały zmienności wskaźnika κ i w takiej formie zamieszczono w tabeli 8. W kolumnie 1 podano wartości parametru α_s wg wzoru (10), w kol. 2 – współczynniki k dla przypadku $\kappa = 0$, w kol. 4 – współczynniki k dla przypadku $\kappa = 0.05$, a w kol. 5 wzór aproksymacyjny współczynnika k w funkcji κ w przedziale $0.05 < \kappa \leq 1$. Natomiast w przedziale $0 \leq \kappa \leq 0.05$ można stosować interpolację liniową.

Tabela 8. Współczynniki wybocheniowe k_{\min} dla α_s wg rys.7. przy $m_0 = 0$

α_s	$\kappa = 0$	$0 < \kappa < 0.05$	$\kappa = 0.05$	$0.05 < \kappa < 1$
1	2	3	4	5
0	0.425	Interpolacja liniowa	0.537	$0.49 + 0.974\kappa - 0.822\kappa^2 + 0.632\kappa^3$
2	0.851		1.069	$0.986 + 1.727\kappa - 1.494\kappa^2 + 0.914\kappa^3$
10⁴	0.567		0.712	$0.652 + 1.258\kappa - 1.051\kappa^2 + 0.741\kappa^3$
-1	0.486		0.609	$0.556 + 1.104\kappa - 0.931\kappa^2 + 0.688\kappa^3$
3	0.681		0.856	$0.786 + 1.46\kappa - 1.225\kappa^2 + 0.811\kappa^3$
1	1.702		2.123	$1.917 + 4.336\kappa - 4.605\kappa^2 + 4.2\kappa^3$
0.5	0.681		0.856	$0.78 + 1.59\kappa - 1.375\kappa^2 + 1.111\kappa^3$

W pracach [5, 6], na łącznie 17. rysunkach, pokazano wykresy współczynników k w przedziale $\gamma_s = 1.5 \div 8$ dla różnych przypadków podłużnej i poprzecznej zmienności naprężeń w płycie wspornikowej. Na podstawie obliczeń wykonanych programem *Ncr_płyta_sw-spręż-(3).nb* oraz testów wykonanych wzorami aproksymacyjnymi wyprowadzonymi w pracy [2] wykazano, że w przedziale $\gamma_s = 8 \div 50$ współczynnik k_γ można oszacować z następującej formuły przybliżonej [5]:

$$(22) \quad k_\gamma = k_{\min} + \frac{(k_8 - k_{\min})}{1764} (\gamma_s^2 - 100\gamma_s + 2500)$$

gdzie: k_{\min} – współczynnik obliczony dla danego schematu obciążenia i wartości wskaźnika κ wg tab.8, k_8 – współczynnik dla $\gamma_s = 8$ odczytany dla danego przypadku z odpowiedniego wykresu zamieszczonego w pracach [5, 6].

Maksymalne różnice współczynnika k_γ oszacowanego wg wzoru (22) w stosunku do wartości wyznaczonych w/w programem nie przekroczyły +2.5% w przedziale $10 < \gamma_s < 20$ oraz -5% w przedziale $40 < \gamma_s < 50$. Natomiast w przedziale $20 \leq \gamma_s \leq 40$ uzyskano bardzo dobrą zgod-

ność wyników (różnice od +1% do -2%), oczywiście przy założeniu możliwie dokładnego odczytania wartości k_8 z odpowiedniego wykresu.

W przypadku płyt długich $\gamma_s > 50$ wpływ wzdłużnej zmienności naprężeń na wartość współczynnika k jest niewielki (poniżej 5%) i z technicznego punktu widzenia można w tym przedziale przyjmować $k=k_{\min}$ wg tabeli 8.

Moim oryginalnym osiągnięciem jest wyprowadzenie wzorów aproksymacyjnych dla mimośrodowo ściskanych i jednostronnie sprężycie zamocowanych płyt wspornikowych, przy stałym na długości rozkładzie naprężeń. Wzory te mogą posłużyć do oszacowania wpływu wzdłużnej zmienności naprężeń wg formuły (22) dla wielu technicznie ważnych przypadków obciążenia, dla których w pracach [5, 6] zamieszczono wykresy współczynnika k . Sposób postępowania zamieszczono w pracy [5].

Natomiast w pracach [7, 8] zamieszczono wyniki neuronowego sformułowania wzoru na współczynnik wyboczeniowy k_{SN} ścianki przęsłowej elementu cienkościennego. Ściankę ściskaną zamodelowano, jako obustronnie sprężycie zamocowaną płytę przy uwzględnieniu wzdłużnej zmienności naprężeń wg funkcji liniowej [7] i nieliniowej [8]. Przeanalizowano różne struktury sieci neuronowej pod kątem „poręczności” uzyskanej formuły aproksymacyjnej przy jednoczesnym sprawdzeniu dokładności uzyskiwanych rezultatów.

Przykładowo, dla płyty przęsłowej Ia, przy nieliniowym wzdłużnym rozkładzie naprężeń wyprowadzony w pracy [8] wzór na k_{SN} ma postać:

$$(23) \quad \begin{aligned} k_{SN} = & 0.1421 \cdot \tanh(0.1681\kappa + 4.6851m + 0.0749\gamma_s - 0.6159) \\ & + 2.1275 \cdot \tanh(0.0346\kappa + 0.4999m - 0.1498\gamma_s - 1.2142) \\ & + 41.7671 \cdot \tanh(1.6878\kappa + 0.0076m - 0.0005\gamma_s - 3.1235) \\ & + 0.8343 \cdot \tanh(-4.0147\kappa - 0.0112m + 0.0008\gamma_s + 3.2866) + 46.8481 \end{aligned}$$

W przeprowadzonych badaniach [7, 8] wykazano, że sieci neuronowe nadają się do jawnego sformułowania wzorów aproksymacyjnych współczynnika wyboczeniowego k_{SN} płyt składowych (ścianek) elementów cienkościennych przy wzdłużnej zmienności naprężeń. Do tego celu potrzebne są tablice danych „uczących” (k_{ref}), które w tym przypadku wyznaczono programem *Ncr_plyta_przysłowa_spręż.nb* [13] w funkcji parametrów sterujących (κ , m , γ_s).

Należy zaznaczyć, że pomimo małej architektury wybranej sieci (3-4-1) [8] wzór (23) nie powoduje znacznego obniżenia dokładności predykcji (największy błąd testowania formuły wyniósł, w przedziale $3 \leq \gamma_s \leq 20$, $\max ep_T = 2.10\%$) i jest efektywny ze względu na relatyw-

nie małą liczbę współczynników. Wzór (23) może być z powodzeniem stosowany dla: $0 \leq \kappa \leq 1$; $0 \leq m \leq 1$; $3 \leq \gamma_s \leq 20$, tzn. w tym zakresie zmienności parametrów, w którym sieć była uczona i testowana. W przypadku stałego na długości pręta rozkładu naprężeń ($m=0$) należy stosować wzór (19), z uwagi na jego znacznie prostszą postać. Natomiast w przedziale $20 < \gamma_s \leq 50$ lepszym oszacowaniem współczynnika k jest wzór (24), gdyż wyniki z SN są obarczone większym błędem (do max 5%). Dla $\gamma_s > 50$ wpływ wzdłużnej zmienności naprężeń jest niewielki (poniżej 5%) i z technicznego punktu widzenia może zostać pominięty (k można obliczyć ze wzoru (19)).

Przeprowadzone obliczenia wykazały, że sieci neuronowe mogą zostać również użyte do jawnego sformułowania wzorów aproksymacyjnych współczynnika k_{SN} , w tych przypadkach, w których występuje większa (niż 3) liczba parametrów sterujących (np. κ , m , γ_s i dodatkowo np. współczynnik poprzecznej zmienności naprężeń α_s wg (10)).

Moim oryginalnym osiągnięciem jest wykazanie, że sieci neuronowe nadają się do wyprowadzenia jawnych postaci wzorów aproksymacyjnych płytowych współczynników wyboczeniowych w tych przypadkach, w których występuje 3 lub więcej parametrów sterujących.

2.10. Podsumowanie części I

Poprawianie dokładności odwzorowania zachowania się elementu cienkościennego w inżynierskim modelu obliczeniowym jest naturalnym kierunkiem rozwoju współczesnych metod projektowania.

Uwzględnienie w obliczeniach stateczności ścianki (płyty) składowej przekroju cienkościennego zarówno wskaźnika utwierdzenia ($0 \leq \kappa \leq 1$) jak również wzdłużnej zmienności naprężeń ($0 \leq m \leq 1$) prowadzi do dokładniejszej oceny naprężeń krytycznych. Umożliwia to projektantowi konstrukcji cienkościennych na bardziej świadome kreowanie bezpieczeństwa elementu, nie na podstawie „nieznanych zapasów nośności”, ale po przez obiektywne kryteria bezpieczeństwa.

Podane w pracach [2÷13] wykresy oraz wzory aproksymacyjne płytowego współczynnika wyboczeniowego (k) umożliwiają relatywnie proste wyznaczanie naprężeń krytycznych w różnie obciążonych i sprężycie zamocowanych „płytach krytycznych” przy wzdłużnej zmienności naprężeń. Ułatwia to szacowanie nośności obliczeniowej przekroju tej klasy prę-

tów cienkościennych metodą szerokości efektywnej. Sposób ten, wraz z założeniami upraszczającymi, zostanie przedstawiony w części II.

Ze wzrostem parametru podłużnej zmienności naprężeń (m_i) rosną wartości współczynnika naprężeń krytycznych (k) dla rozpatrywanych w pracach [2 ÷ 13] płyt składowych przekroju cienkościennego. Mniejsze współczynniki k , przy tych samych warunkach brzegowych oraz tych samych wartościach parametrów (m , κ i γ_s) uzyskano dla nieliniowego rozkładu naprężeń w kierunku długości płyty. Także ze wzrostem wskaźnika utwierdzenia krawędzi (κ od 0 do 1) rosną współczynniki naprężeń krytycznych niezależnie od typu wzdłużnego rozkładu naprężeń.

Podłużna zmienność naprężeń oraz stopień sprężystego zamocowania przeciw obrotowi wpływa także na postacie wyboczenia płyt (por. rys.14,15,16). Ze wzrostem parametrów m i κ skróceniu ulega długość wyboczeniowa „półfali krytycznej” niezależnie od typu płyty. W każdym przypadku „półfala krytyczna” pierwszej postaci wyboczenia (z największymi ugięciami) występuje od strony maksymalnego obciążenia. Ze wzrostem parametru m (od 0 do 1) maleje także liczba i amplituda kolejnych „półfal” wyboczenia. Maksymalne ugięcia występują od strony bardziej obciążonej krawędzi poprzecznej.

Zaproponowane w pracach [2÷13] funkcje ugięcia płyt przęsłowych i wspornikowych (w postaci szeregów wielomianowo – sinusowych) umożliwiają modelowanie warunków brzegowych na krawędziach wzdłużnych od swobodnego podparcia ($\kappa=0$), przez sprężyste zamocowanie w segmencie elementu cienkościennego ($0<\kappa<1$), do pełnego utwierdzenia ($\kappa=1$).

Efektywnym sposobem opisu zmienności naprężeń normalnych na długości osiowo ścisanej płyty przęsłowej lub mimośrodowo ścisanej płyty wspornikowej jest wprowadzenie wzdłużnych sił masowych działających w jej płaszczyźnie środkowej. Rozkład sił masowych jest dobierany w zależności od zmienności naprężeń na długości płyty. Takie podejście pozwala na uproszczenie funkcji ugięć poprzez zredukowanie ilości niezbędnych parametrów „dopasowania” przemieszczeń do postaci wyboczenia.

Przedstawiona w pracy Jakubowskiego³³ procedura wyznaczania energii sprężystej zginania płyty oraz zamieszczone w [3] wzory na pracę obciążenia zewnętrznego z uwzględnieniem wzdłużnej zmienności naprężeń pozwalają na opracowanie efektywnych programów komputerowych, służących do badań stateczności płyt przęsłowych oraz płyt wspornikowych stanowiących części składowe prętów cienkościennych.

³³ Jakubowski S., (1986): Macierzowa analiza stateczności i drgań własnych ścian dźwigarów cienkościennych, *Archiwum Budowy Maszyn*, Tom XXXIII, Zeszyt 4, 357-375.

Uwzględnienie sprężystego zamocowania wzdłużnych krawędzi płyty (ścianki) w segmencie elementu cienkościennego oraz wzdłużnej zmienności naprężeń prowadzi do dokładniejszego oszacowania naprężeń krytycznych wyboczenia lokalnego. Służy to dokładniejszemu szacowaniu nośności granicznej tej klasy prętów cienkościennych w oparciu o metodę szerokości współpracującej. Założenia upraszczające oraz procedura obliczeń zostanie pokazana w części II.

W projektowaniu konstrukcji metalowych warto stosować różne metody weryfikacji obliczeń. W tym przypadku ręczne (lub zapisane w arkuszach kalkulacyjnych) metody szacowania naprężeń krytycznych mogą stanowić skuteczne sposoby weryfikacji obliczeń MES.

3. Część II – Metoda „płyty krytycznej” (CPM) [1]

3.1. Wprowadzenie

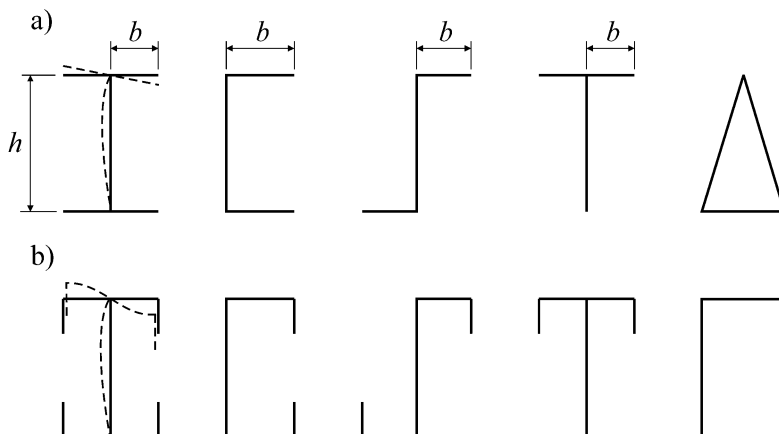
W części I niniejszego opracowania wykazano, że w przekroju cienkościennym (w wielu technicznie ważnych przypadkach) można wyróżnić „płytę krytyczną” (CP), która decyduje o jego wyboczeniu lokalnym i jednocześnie jest sprężysto zamocowana przeciw obrotowi w sąsiedniej płycie usztywniającej (RP).

W pracy [1] przekroje poprzeczne podzielono za Chudzikiewiczem^{34,35} na „proste” (rys.19a) i „złożone” (rys.19.b). Przekrój poprzeczny jest „prosty”, jeżeli jego deformacja (na skutek np. wyboczenia lokalnego) nie powoduje bezpośrednio przemieszczeń punktów w płaszczyźnie danej płyty (ścianki), a jedynie ugięcia w kierunku normalnym do niej. Jeżeli w wyniku wyboczenia mogą wystąpić przemieszczenia w płaszczyźnie danej płyty to taki przekrój poprzeczny jest „złożony”. Ponadto Chudzikiewicz w w/w artykułach przedstawił oryginalną teorię wyboczenia „zniekształcającego” osiowo ściskanego pręta cienkościennego zbudowanego z płyt, którego długość półfali wyboczenia jest rzędu długości elementu.

³⁴ Chudzikiewicz A., Ogólna teoria stateczności prętów cienkościennych z uwzględnieniem odkształcalności przekroju poprzecznego, Część I - Pręty o prostym przekroju poprzecznym, Rozprawy Inżynierskie, T. VIII, 1960, Z. 3, 423-459

³⁵ Chudzikiewicz A., Ogólna teoria stateczności prętów cienkościennych z uwzględnieniem odkształcalności przekroju poprzecznego, Część II - Pręty o złożonym przekroju poprzecznym, Rozprawy Inżynierskie, 1960, T. VIII, Z. 4, 805-841

Można zatem powiedzieć, że przekroje „proste” mogą ulegać wyboczeniu lokalnemu wg def. Hancocka³⁶ oraz wyboczeniu „zniekształcającemu”, a przekroje „złożone” mogą ulegać zarówno wyboczeniu lokalnemu, dystorsyjnemu jak również „zniekształcającemu”.

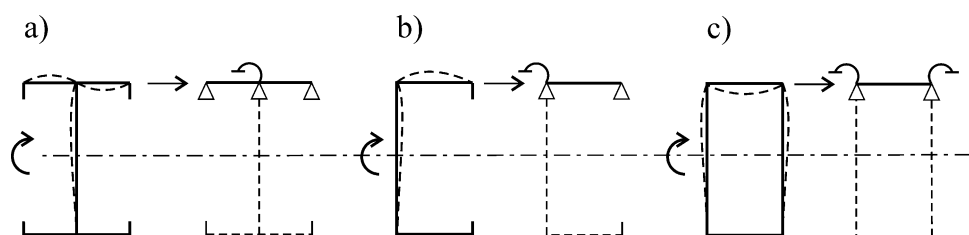


Rys.19. Przykłady przekrojów poprzecznych: a) „prostych”, b) „złożonych”

Z tego punktu widzenia, podczas analizy wyłącznie wyboczenia lokalnego, do przekrojów zachowujących się podobnie jak przekroje „proste” można zaliczyć również typowe przekroje skrzynkowe oraz takie przekroje otwarte, których pólki mają relatywnie wąskie i jednozagięciowe usztywnienie brzegowe. Takie usztywnienie stanowi podporę pólki przeciw ugięciu o sztywności K wg EC3-1-3, nie stanowiąc jednocześnie znaczącej więzi przeciw obrotowi [4]. Wynika to z małej sztywności na skręcanie jednozagięciowego usztywnienia brzegowego o grubości równej grubości pólki. Sztywność ta jest dodatkowo zredukowana naprężeniami ściskającymi. Ponadto założono, że szerokość usztywnienia jest w tym przypadku taka, że nie dochodzi do jego wyboczenia lokalnego. Natomiast w przypadku typowych przekrojów skrzynkowych, o ich zniekształceniu decyduje przede wszystkim wyboczenie lokalne. Chudzikiewicz zaliczył je co prawda do przekrojów „złożonych” (por.rys.19b), ale wyboczenie „zniekształcające” występuje przy znacząco wyższych obciążeniach przekroju skrzynkowego w stosunku do wyboczenia lokalnego.

W związku z tym w pracy [1] wprowadzono dodatkowo nową kategorię przekroju cienkościennego, którą nazwano przekrojem „pół – złożonym” (rys.20). Przykłady takich przekrojów oraz proponowany sposób modelowania w obliczeniach pokazano na rys.20.

³⁶ Hancock G.J. Cold-formed steel structures. Journal of Constructional Steel Research 2003;58;473-487.



Rys.20. Przykłady przekrojów „pół – złożonych” i sposób ich modelowania

W monografii³⁷ Zespołu Katedry Wytrzymałości Materiałów Politechniki Łódzkiej wykazano, że wzrost naprężeń w cienkościennym przekroju poprzecznym ponad naprężenia krytyczne płyty „najsłabszej” powoduje szybkie narastanie jej ugięć i początkowo powolny przyrost ugięć sąsiedniej płyty „mocniejszej”. Element „mocniejszy” zachowuje się wtedy jak płyta z ugięciem wstępnym pracująca w stanie podkrytycznym. Dopiero gdy obciążenie osiągnie wartość, przy której naprężenia w płycie „mocniejszej” są bliskie krytycznym (dla tej płyty), to również w niej następuje szybki wzrost ugięć. W tym momencie cały przekrój poprzeczny pracuje już w pełnym stanie nadkrytycznym. W takim przypadku, naprężenie krytyczne służące do oszacowania szerokości efektywnej dla płyty „słabszej”, można wyznaczyć przy założeniu jej sprężystego zamocowania, a w płycie „mocniejszej” (usztynwiającej) przy założeniu jej swobodnego (zawiasowego) podparcia na wspólnej krawędzi ich łączenia. Takie podejście upraszcza obliczenia i jest technicznie wystarczająco dokładne z punktu widzenia obliczeń inżynierskich.

W pracy autora³⁸ odróżniono pręty cienkościenne o „sztywnym konturze przekroju”, spełniające założenia teorii Własowa w całym zakresie sprężystym, od prętów cienkościennych o „podatnym konturze przekroju”, które ulegają lokalnej lub dystorsyjnej utracie stateczności. Ponadto zdefiniowano tzw. „lokalny bimoment krytyczny” (B_{cr}^L), który został wyznaczony z warunku lokalnego wyboczenia segmentu pręta cienkościennego przy nieswobodnym skręcaniu.

W pracy [1], poprzez analogię do B_{cr}^L , wprowadzono pojęcia: „lokalnej osiowej siły krytycznej” (N_{cr}^L) i „lokalnego zginającego momentu krytycznego” (M_{cr}^L), które są wyznaczone z warunku wyboczenia lokalnego segmentu pręta w prostych stanach obciążenia (N lub M). „Lokalną” nośność krytyczną przekroju poprzecznego (mierzoną obciążeniem zewnętr-

³⁷ Stany zakrytyczne i nośność graniczna cienkościennych dźwigarów o ścianach płaskich. Praca zbiorowa pod redakcją M. Królaka. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa – Łódź 1990

³⁸ Szychowski A. A theoretical analysis of the local buckling in thin-walled bars with open cross-section subject to warping torsion, *Thin-Walled Structures* 76 (2014) 42-55

nym) można oszacować ze wzoru (24) przy osiowym ściskaniu oraz wzoru (25) przy zginaniu.

$$(24) \quad N_{cr}^L = \sigma_{cr} A / \gamma_{M0}$$

$$(25) \quad M_{cr}^L = \sigma_{cr} W_{el,s} / \gamma_{M0}$$

gdzie: σ_{cr} – naprężenia krytyczne wyboczenia lokalnego w prostych stanach obciążenia (N lub M), A – pole przekroju poprzecznego brutto, $W_{el,s}$ – sprężysty wskaźnik zginania przekroju brutto, γ_{M0} – współczynnik częściowy dla nośności przekroju.

„Lokalne” nośności krytyczne (B_{cr}^L , N_{cr}^L , M_{cr}^L) ograniczają ważność teorii prętów cienkościennych Własowa³⁹ do przedziału podkrytycznego zachowania się segmentu pręta cienkościennego „o podatnym konturze przekroju”.

Na podstawie wstępnych obliczeń sprawdzających można sformułować hipotezę, że w złożonym stanie naprężenia (N , M , B), teoria Własowa jest ważna w obszarze zdefiniowanym wzorem:

$$(26) \quad \frac{N_{Ed}}{N_{cr}^L} + \frac{M_{Ed}}{M_{cr}^L} + \frac{B_{Ed}}{B_{cr}^L} \leq 1$$

Sprawdzenie tej hipotezy będzie m.in. przedmiotem moich dalszych badań nad teorią prętów cienkościennych o podatnym konturze przekroju.

Moim oryginalnym osiągnięciem jest zdefiniowanie „lokalnych” nośności krytycznych przekroju cienkościennego w prostych stanach obciążenia, które stanowią granicę ważności teorii Własowa (o sztywnym konturze przekroju).

Kotelko⁴⁰ odróżniła nośność przekroju cienkościennego z warunku uplastycznienia najbardziej ściskanej krawędzi przekroju efektywnego, którą określono jako dolne (konserwatywne) oszacowanie nośności granicznej, od nośności przekroju w fazie zniszczenia, wyznaczonej dla mechanizmu załomów plastycznych, którą z kolei określono jako górne (nie konserwatywne) oszacowanie nośności granicznej. Z punktu widzenia bezpiecznego projektowania metalowych konstrukcji budowlanych, interesującą projektanta jest tzw. nośność oblicze-

³⁹ Vlasov V.Z. Thin-Walled Elastic Beams. Israel Program for Scientific Translations; Jerusalem, 1961

⁴⁰ Kotelko M., Nośność i mechanizmy zniszczenia konstrukcji cienkościennych, Wydawnictwa Naukowo - Techniczne, Warszawa 2011

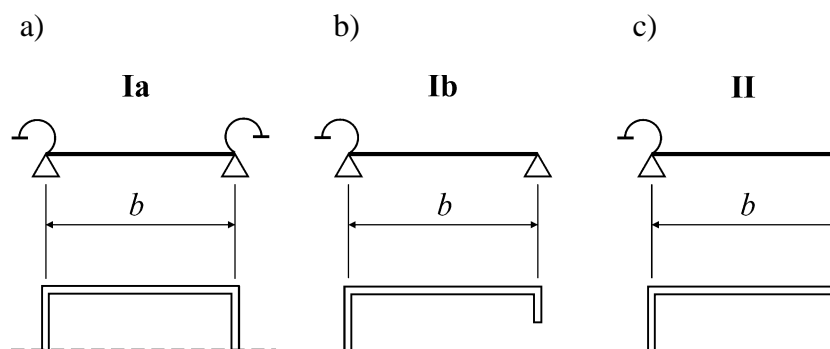
niowa wyznaczana z warunku uplastycznienia najbardziej ściskanej krawędzi efektywnego przekroju poprzecznego, czyli dolne oszacowanie nośności granicznej. Natomiast nośność w fazie zniszczenia jest wykorzystywana np. w projektowaniu tzw. absorberów energii mechanicznej.

W celu odróżnienia „lokalnej” nośności krytycznej od nośności z warunku uplastycznienia najbardziej ściskanej krawędzi przekroju efektywnego, w pracy [1] tę drugą określono jako „obliczeniową nośność graniczną”.

W literaturze technicznej brakuje uproszczonych metod wyznaczania stopnia sprężystego zamocowania „płyty krytycznej” (CP) w sąsiedniej płycie usztywniającej (RP) w analizie wyboczenia lokalnego elementu cienkościennego. W związku z tym w artykule [1] zamieszczono opracowaną przeze mnie metodę wyznaczania naprężeń krytycznych oraz obliczeniowej nośności granicznej przekroju cienkościennego, którą nazwano „metodą płyty krytycznej” („Critical Plate Method” - CPM). W metodzie tej uwzględniono warunki sprężystego zamocowania „płyty krytycznej” w płycie usztywniającej (lub w płytach usztywniających RPs) oraz wpływ wzdłużnej zmienności naprężeń.

3.2 Założenia metody „płyty krytycznej”

Z uwagi na warunki brzegowe (na krawędziach podłużnych) występujących w praktyce „płyt krytycznych”, w pracy [1] podzielono je na dwa zasadnicze typy: I – płyty przęsłowe (rys.2a,b) oraz II – płyty wspornikowe (rys.2c). Dodatkowo płyty przęsłowe podzielono na dwa podtypy (Ia i Ib). W pracy [9] wykazano, że w przypadku płyt Ic (tzn. niesymetrycznie sprężyste zamocowanych o wskaźnikach odpowiednio $\kappa_1 \neq \kappa_2$) można zastosować podejście uproszczone. Polega ono na tym, że współczynnik k_{Ic} wyznacza się jako wartość średnia $k_{Ic}=(k_1+k_2)/2$, gdzie k_1 i k_2 wyznacza się jak dla płyty Ia o wskaźnikach odpowiednio $\kappa=\kappa_1$ i $\kappa=\kappa_2$. Takie podejście znacząco upraszcza obliczenia i w przypadku obliczeń technicznych nie wywołuje konieczności odrębnego traktowania płyty Ic.



Rys.21. Rozpatrywane w [1] typy „płyty krytycznych”

Założono, że: 1) CP zachowuje się jak sprężyste zamocowana przeciw obrotowi płyta przęsłowa (Ia, Ib) lub płyta wspornikowa (II), 2) połączenie CP z RP (np. środkiem) jest sztywne (tzn. na podłużnej krawędzi ich łączenia zachowane są warunki ciągłości przemieszczeń (kątown obrotu) i sił (momentów zginających), 3) poprzeczne krawędzie płyt (CP i RP) na końcach segmentu pręta są swobodnie podparte, 4) dla jednozagięciowego usztywnienia brzegowego (o takiej samej grubości jak półka, rys.18b.), korzystny wpływ sprężystego zamocowania (półki) przeciw obrotowi na tej krawędzi jest nieznaczny⁴¹ i z technicznego punktu widzenia może zostać pominięty.

W pracy [1] przedyskutowano zasady przyjęcia w praktyce założenia 2. W analizie uwzględniono wpływ: 1) naprężeń spawalniczych, 2) naprężeń resztkowych związanych z procesem gięcia na zimno, oraz 3) wielkości wyokrąglenia naroży kształowników giętych na zimno. Na tej podstawie stwierdzono że, w obliczeniach technicznych można przyjąć, że założenie 2. jest spełnione dla: 1) kształowników giętych na zimno, 2) kształowników walcowanych na gorąco, oraz 3) kształowników spawanych spoinami czołowymi o pełnym przetopie lub obustronnymi spoinami pachwinowym. Natomiast zagadnienie sprężystego zamocowania ścianek łączonych na jednostronną spoinę pachwinową (np. w przekrojach skrzynkowych) wymaga jeszcze badań.

3.3 Definicja „płyty krytycznej”

„Płytą krytyczną” (CP) [1] nazwano ten element kształownika cienkościennego, który w danym stanie naprężenia charakteryzuje się najniższymi naprężeniami krytycznymi przy

⁴¹ Bulson P.S. The Stability of Flat Plates. Chatto and Windus. London 1970.

uwzględnieniu wzajemnego sprężystego zamocowania płyt składowych na podłużnych liniach ich łączenia w przekrój poprzeczny. O tym, która ścianka przekroju jest CP pod danym rozkładem naprężeń można wnioskować na podstawie analizy naprężeń krytycznych wyboczenia lokalnego dla wydzielonych płyt sprężysto zamocowanych przeciw obrotowi na krawędziach podłużnych. W takim przypadku „płyta krytyczna” (pod danym rozkładem naprężeń) charakteryzuje się najmniejszymi naprężeniami krytycznymi wyboczenia lokalnego. W ogólnym przypadku geometrii przekroju cienkościennego warunek na CP można zapisać w postaci:

$$(27) \quad \sigma_{cr,s} = \min\{\sigma_{cr,i}\}$$

gdzie: $\sigma_{cr,s}$ - naprężenie krytyczne dla CP przy uwzględnieniu sprężystego zamocowania, $\sigma_{cr,i}$ - naprężenia krytyczne dla i-tych płyt pozostałych przy tym samym założeniu.

W przypadku przekrojów „prostych” oraz „pół – złożonych”, warunek na CP upraszcza się do postaci:

$$(28) \quad \sigma_{cr,s}^o = \min\{\sigma_{cr,i}^o\}$$

gdzie: $\sigma_{cr,s}^o$ - naprężenie krytyczne dla CP przy założeniu jej swobodnego podparcia na jednej lub obu krawędziach podłużnych, $\sigma_{cr,i}^o$ - naprężenia krytyczne dla i-tych płyt pozostałych przy tym samym założeniu.

Warunek (28) upraszcza obliczenia, gdyż $\sigma_{cr,i}^o$ można wyznaczyć z powszechnie znanego wzoru:

$$(29) \quad \sigma_{cr,i}^o = k_i^o \sigma_{E,i}$$

gdzie: k_i^o – „podstawowy”, płytowy współczynnik wyboczeniowy dla wydzielonej i swobodnie podpartej i-tej płyty pod danym rozkładem obciążenia (np. wg EC3-1-5), $\sigma_{E,i}$ - naprężenie Eulera dla i-tej płyty wg wzoru:

$$(30) \quad \sigma_{E,i} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_i}{b_i} \right)^2$$

gdzie dla $E = 210$ GPa oraz $\nu = 0.3$ można w przybliżeniu przyjąć $\sigma_{E,i} = 190000(t_i/b_i)^2$.

Po zidentyfikowaniu w cienkościennym przekroju poprzecznym CP zakłada się, że jest ona sprężysto zamocowana przeciw obrotowi w sąsiedniej RP (por.rys.21bc i rys.20ab), lub obustronnie w płytach usztywniających – por.rys.21a i rys.20c). Oznacza to, że naprężenia

krytyczne dla CP są wyższe niż przy założeniu jej swobodnego podparcia. Jeżeli sąsiednie płyty (ścianki) mają takie same, lub różniące się o mniej niż ok. 15% naprężenia krytyczne, to pomiędzy nimi nie występuje sprężyste zamocowanie lub jest ono bardzo małe. W takim przypadku obliczenia nośności przekroju można przeprowadzić w oparciu o metodę separacji płyt podpartych przegubowo np. wg EC3-1-5.

Moim oryginalnym osiągnięciem jest zdefiniowanie „płyty krytycznej” (CP) i podanie warunków jej zidentyfikowania w przekroju cienkościennym.

W przypadku szczególnych proporcji geometrycznych przekrojów „złożonych” pokazanych na rys.19b lub w przypadku przekrojów „złożonych” o jeszcze bardziej skomplikowanej geometrii, warunek wg wzoru (28) może nie być warunkiem wystarczającym. W takim przypadku należy korzystać z ogólniejszego warunku wg wzoru (27). Sposób wyznaczania CP w przekrojach „złożonych” na podstawie warunku (27) zostanie pokazany w odrębnym artykule.

3.4 Warunki brzegowe „płyty krytycznej”

Stopień sprężystego zamocowania podłużnej krawędzi CP stanowiącej płytę przęsłową Ia (dla $y_s=0$ oraz $y_s=b_s$), płytę Ib (dla $y_s=0$) lub płytę wspornikową II (dla $y_s=0$) opisano za pomocą wskaźnika utwierdzenia κ ze wzoru (1) wg rozdziału 2.3. (cz.I).

Na podstawie analizy licznych badań teoretycznych i doświadczalnych opisanych w pracy [1] oraz obliczeń własnych można stwierdzić, że największy wpływ na sztywność obrotową (C_θ) podpartej krawędzi CP ma płyta bezpośrednio z nią sąsiadująca RP przy założeniu ich sztywnego połączenia na wspólnej krawędzi. Sztywność obrotową wynikającą z oddziaływania RP można wyznaczyć ze wzoru:

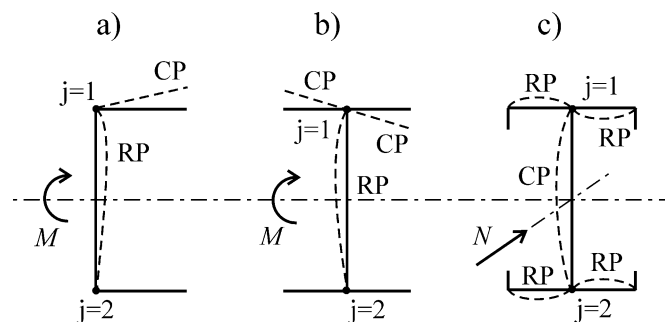
$$(31) \quad C_\theta = \frac{c_j \eta_i D_r}{b_r} \left(1 - \frac{\sigma_{cr,s}}{\sigma_{cr,r}} \right)$$

gdzie: c_j – parametr układu geometrycznego płyt składowych połączonych na j – tej krawędzi, η_i – współczynnik zależny od rozkładu obciążenia, geometrii i warunków podparcia RP, b_r – szerokość RP, $D_r = 19200t_r^3$ – płytowa sztywność zginania RP, $\sigma_{cr,s}$ – poszukiwane naprężenie krytyczne dla CP, $\sigma_{cr,r}$ – naprężenie krytyczne dla RP traktowanej jako płyta swobodnie podparta i wyznaczone dla długości półfali równej długości wyboczeniowej (l_{cr}) dla CP.

Uwaga: formuła w nawiasie wzoru (31) uwzględnia, w sposób przybliżony, niekorzystny wpływ naprężeń ściskających w RP⁴².

W przekrojach „prostych” (rys.19a) oraz w przekrojach „pół-złożonych” (rys.20) parametr c_j przyjmuje następujące wartości: $c_j=1$, jeżeli jedna RP stabilizuje na jednej krawędzi jedną CP (rys.22a), $c_j=1/2$, jeżeli jedna RP stabilizuje na jednej krawędzi dwie CP (rys.22b), oraz $c_j=2$, jeżeli dwie RP stabilizują na jednej wspólnej krawędzi jedną CP (rys.22c).

Obliczenia są zatem iteracyjne, ponieważ do wyznaczenia sztywności obrotowej C_θ (31) potrzebne są naprężenia krytyczne dla CP, które zależą od κ wg (1) i w rezultacie od C_θ . W przypadku przekrojów „prostych” i „pół-złożonych” proces ten jest jednak szybko zbieżny i na ogół wystarczą 2 – 3 iteracje.



Rys.22. Podział przekroju na płyty krytyczne (CP) i płyty usztywniające (RP) [1]

3.5 Rodzaje płyt usztywniających

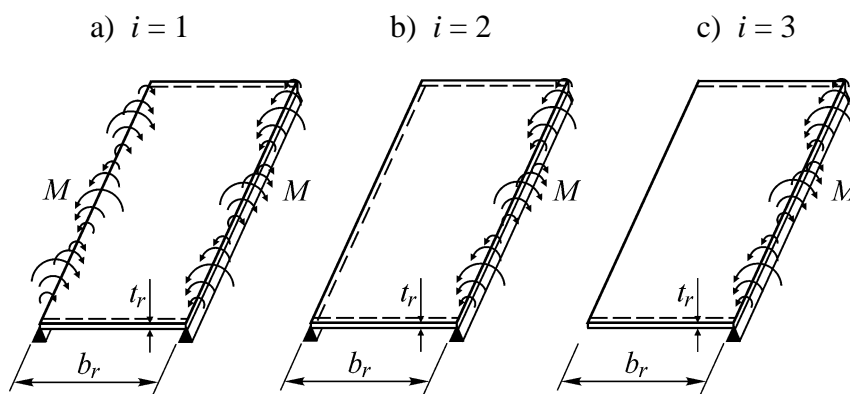
W pracy [1], w zależności od warunków brzegowych oraz stanu obciążenia na wzdłużnych krawędziach łączenia, płyty usztywniające (RP) podzielono za Kalyanaramanem⁴³ na trzy typy ($i = 1, 2, 3$) pokazane na rys.23.

Kalyanaraman wyprowadził wzory aproksymacyjne na współczynniki η_i występujące w wzorze (31) na sztywność obrotową krawędzi płyty ulegającej wyboczeniu. Wzory te uzależnił od schematu statycznego i sposobu wymuszenia (obciążenia) i -tej płyty usztywniającej (por.rys.23) na skutek wyboczenia „płyty krytycznej”. W tym podejściu kluczowym parametrem okazała się długość wyboczeniowa (l_{cr}) „płyty krytycznej”. Kalyanaraman przyjął w du-

⁴² Li L-y., Chen J-k. An analytical model for analyzing distortional buckling of cold-formed steel sections. Thin-Walled Structures 46 (2008), 1430–1436.

⁴³ Kalyanaraman V., Local buckling of cold-formed steel members, Journal of the Structural Division 1979, Vol. 105, No.ST5, 813-828

żym uproszczeniu, że dla płyty przęsłowej można przyjmować $l_{cr} = b_s$, natomiast przy wyboczeniu płyty wspornikowej $l_{cr} = \infty$. W takim przypadku, dla różnych typów płyt usztywniających (por.rys.23) wspornikową „płytę krytyczną”, współczynniki η_i wynoszą odpowiednio: $\eta_1=2$, $\eta_2=3$ i $\eta_3=0$. Wydaje się, że takie uproszczenie nie przysłużyło się szerszemu rozpropagowaniu w/w wzorów. Natomiast z moich badań wynika, że poprawne oszacowanie spodziewanej długości wyboczeniowej (l_{cr}) w zależności od typu płyty oraz wartości wskaźnika κ przynosi znakomite rezultaty [1].



Rys.23. Typy płyt usztywniających o szerokości b_r i grubości t_r

W celu dokładniejszego wyznaczenia C_θ wg (31) należy oszacować spodziewaną długość wyboczeniową (l_{cr}) dla CP. Zakłada się bowiem, że przy wyboczeniu CP długość półfali odkształcenia RP jest w przybliżeniu równa l_{cr} .

W przypadku gdy $\kappa > 0$ występuje sprężyste zamocowanie krawędzi CP w RP, a długość wyboczeniowa CP jest: 1) w przypadku płyty przęsłowej (Ia lub Ib): $l_{cr} < b_s$, oraz 2) w przypadku płyty wspornikowej (II): $l_{cr} < 4.25b_s$ dla przedziału $0.05 \leq \kappa \leq 1$, co oznacza, że $l_{cr} \ll \infty$.

W związku z powyższym, w pracach [2, 11, 12] wyprowadziłem wzory aproksymacyjne na długość wyboczeniową (l_{cr}) dla trzech typów (Ia, Ib, II) „płyt krytycznych” w funkcji wskaźnika κ . Wzory dla osiowo ściskanych i długich płyt przy stałej na długości intensywności naprężeń można przedstawić w następującej postaci: a) dla płyty przęsłowej (Ia) wzór (32), b) dla płyty przęsłowej (Ib) wzór (33), c) a dla płyty wspornikowej (II) wzór (34).

$$(32) \quad l_{cr} = b_s (1 - 0.23\kappa + 0.07\kappa^2 - 0.17\kappa^3)$$

$$(33) \quad l_{cr} = b_s [1 - 0.103(\kappa + \kappa^2)]$$

$$(34) \quad l_{cr} = b_s \left(\frac{2.02 - 0.37\kappa}{\kappa^{0.25}} \right)$$

Ponadto w pracy [5] wykazałem, że w typowych przypadkach mimośrodowego ściskania w płaszczyźnie płyty wspornikowej (II) długość wyboczeniową (l_{cr}) można również oszacować ze wzoru (34).

W przypadku wzdłużnej zmienności naprężeń długość wyboczeniowa „półfali krytycznej” [2] jest od kilku do kilkunastu procent krótsza niż dla stałego, na długości segmentu pręta, rozkładu naprężeń. Można ją wyznaczyć programami komputerowymi opisanymi w pracach [2, 11, 12]. Jednakże przyjęcie l_{cr} wg wzorów (32, 33, 34) jest technicznie wystarczająco dokładne i pozwala na nieznacznie konserwatywne oszacowanie C_θ .

Natomiast wzory na naprężenia krytyczne w RP ($\sigma_{cr,r}$) (dla jednej półfali ugięcia) występujące we wzorze (31) i odpowiadające długości wyboczeniowej (l_{cr}) można znaleźć np. w pracach Bulsona⁴⁴, Timoshenki i Gere⁴⁵, oraz Li i Chena⁴⁶. Takie podejście pozwala na przybliżone (ale technicznie wystarczające) uwzględnienie niekorzystnego wpływu naprężeń ścisających w RP.

Moim oryginalnym osiągnięciem jest wyprowadzenie wzorów aproksymacyjnych na długości wyboczeniowe płyt Ia, Ib i II, które umożliwiają poprawne zastosowanie wzorów na współczynniki η_i i w konsekwencji poprawne wyznaczenie sztywności obrotowej C_θ .

3.6. Naprężenia krytyczne

Sprężyste naprężenie krytyczne dla CP kształtownika cienkościennego (w zależności od rozkładu obciążenia) wyznacza się ze wzoru (11) wg rozdziału 2.6. (cz. I)

Płytowe współczynniki wyboczeniowe (k) dla różnych przypadków podparcia i obciążenia płyt (w tym przypadku CP) zamieszczono w formie wykresów w następujących pracach [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13] oraz w postaci wzorów aproksymacyjnych w [2, 7, 8, 11,

⁴⁴ Bulson P.S. The Stability of Flat Plates. Chatto and Windus. London 1970

⁴⁵ Timoshenko S.P., Gere J.M. Theory of Elastic Stability. Part II. McGraw-Hill, New York, N.Y. 1961

⁴⁶ Li L-y., Chen J-k. An analytical model for analyzing distortional buckling of cold-formed steel sections. Thin-Walled Structures 46 (2008), 1430–1436.

12]. Uwzględniono przy tym wskaźnik utwierdzenia (κ) i wzdłużny rozkład naprężeń wg funkcji: a) stałej, b) liniowej oraz, c) nieliniowej wg paraboli 2. stopnia.

3.7. Procedura obliczeniowa metody „plyty krytycznej” (CPM) [1]

Obliczenia „lokalnej” nośności krytycznej oraz obliczeniowej nośności granicznej przekroju cienkościennego wg CPM przebiega następująco:

- 1) Zidentyfikowanie CP: a) dla przekrojów „prostych” i „pół-złożonych” na podstawie warunku (28), b) dla przekrojów „złożonych” wg warunku (27) rozdział 3.3. Uwaga: sposób zidentyfikowania CP wg warunku (27) zostanie przedstawiony w odrębnym artykule.
- 2) przyjęcie wstępnej wartości wskaźnika utwierdzenia krawędzi CP, np. $\kappa_{i=0} = 0.3$;
- 3) oszacowanie spodziewanej długości wyboczeniowej (l_{cr}) dla CP wg wzorów (32, 33, 34) z rozdziału 3.5 w zależności od wartości κ oraz typu płyty;
- 4) wyznaczenie współczynnika η_i w zależności od schematu statycznego RP i sposobu jej obciążenia przez wybaczącą się CP (por.rys.23);
- 5) dla wartości κ_i wyznaczenie współczynnika wyboczeniowego (k) z prac [2÷13], w zależności od typu płyty i rozkładu obciążenia oraz obliczenie naprężeń krytycznych $\sigma_{cr,s}(\kappa_i)$ dla CP wg wzoru (11);
- 6) oszacowanie naprężeń krytycznych $\sigma_{cr,r}$ dla RP (wg jednej półfali ugięcia) dla spodziewanej l_{cr} wg kroku 3);
- 7) wyznaczenie sztywności obrotowej (C_θ) wg wzoru (31) i wskaźnika utwierdzenia ($\kappa_{i=i+1}$) dla pierwszego lub kolejnego kroku iteracji;
- 8) powtórzenie kroków od 3) do 7), aż do chwili gdy $\kappa_i \approx \kappa_{i+1}$;
- 9) $\sigma_{cr,s}(\kappa_{i+1})$ wg wzoru (11) jest poszukiwanym naprężeniem krytycznym dla CP;
- 10) wyznaczenie „lokalnej” nośności krytycznej przekroju cienkościennego na podstawie naprężeń krytycznych w CP ze wzoru (24) dla osiowego ściskania lub wzoru (25) dla zginania;
- 11) wyznaczenie obliczeniowej nośności granicznej przekroju z zastosowaniem metody szerokości efektywnej przy następujących założeniach: a) względne smukłości płytowe należy wyznaczyć dla naprężeń krytycznych poszczególnych płyt składowych, b) dla CP są to naprężenia z uwzględnieniem jej sprężystego zamocowania przeciw obrotowi oraz ewentualnej wzdłużnej zmienności naprężeń, c) dla RP należy przyjąć

na tej samej krawędzi swobodne podparcie, d) warunki brzegowe na drugiej krawędzi przęsłowej RP mają na ogół nieznaczny wpływ na wynik obliczeń, (konserwatywnie można tu również przyjąć swobodne podparcie), e) w przypadku wspornikowej RP, druga krawędź pozostaje swobodna (nie podparta), f) wpływ ewentualnej wzdłużnej zmienności naprężeń w RP jest nieznaczny i można go pominąć, g) tak wyznaczone szerokości współpracujące „składa się” w efektywny przekrój pop. i na jego podstawie wyznacza się obliczeniową nośność graniczną.

Różnica względem klasycznej wersji metody szerokości efektywnej polega przede wszystkim na: 1) określeniu, która ścianka jest CP, 2) oszacowaniu wskaźnika jej sprężystego utwierdzenia w RP, 3) obliczeniu naprężeń krytycznych dla CP z uwzględnieniem κ oraz ewentualnej wzdłużnej zmienności naprężeń, 4) wyznaczeniu odpowiednich szerokości efektywnych płyt składowych wg w/w założeń (z kroku 11.)

Moim oryginalnym osiągnięciem jest opracowanie metody „płyty krytycznej” (CPM) służącej do wyznaczania „lokalnej” nośności krytycznej oraz obliczeniowej nośności granicznej przekroju cienkościennego (w oparciu o metodę szerokości współpracującej) z uwzględnieniem dokładniejszego modelu obliczeniowego. W modelu tym uwzględniono efekt sprężystego zamocowania „płyty krytycznej” oraz efekt wzdłużnej zmienności naprężeń.

3.8. Przykłady obliczeniowe i porównanie CPM z wynikami doświadczalnymi

Procedurę wyznaczania „lokalnej” nośności krytycznej oraz obliczeniowej nośności granicznej przekroju cienkościennego z użyciem CPM pokazano na kilku przykładach zamieszczonych w pracy [1]. Obliczenia „lokalnej” nośności krytycznej przekroju porównano z MES⁴⁷. Otrzymano bardzo dobrą zbieżność wyników (maksymalne różnice do 4%).

Wyznaczone na podstawie CPM obliczeniowe nośności graniczne były większe od obliczonych wg EC-3 od + 8.5% (dla zginanego przekroju skrzynkowego – por. przykład 3 wg [1]) do + 21.4% (dla zginanego przekroju ceowego – por. przykład 2 wg [1]).

Wyniki nośności granicznej kilku typów przekroju cienkościennego otrzymane z CPM porównano również z wynikami doświadczalnymi innych autorów [1].

⁴⁷ Hibbit, Karlsson & Sorensen Inc. ABAQUS/standard user’s manual. Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc, 1995.

W większości przypadków uzyskano bardzo dobrą (0.9–1) lub co najmniej dobrą (0.8–0.9) relację pomiędzy nośnością graniczną wyznaczoną wg CPM (M_{eff}^{cp}), a nośnością graniczną (w fazie zniszczenia) wyznaczoną eksperymentalnie (M_{ult}^{ex}). Największe różnice pomiędzy M_{ult}^{ex} , a M_{eff}^{cp} wystąpiły w tych przypadkach, w których CP jest mimośrodowo ściskaną ścianką wspornikową. Natomiast najmniejsze różnice zanotowano w tych przypadkach, w których CP jest osiowo ściskaną ścianką wspornikową, lub w których CP jest osiowo ściskaną ścianką przęsłową. W wielu przypadkach „lokalna” nośność krytyczna przekroju pop. (M_{cr}^{cp}) była mniejsza od M_{el} (nośności sprężystej) ograniczając tym samym zakres ważności teorii Własowa do przedziału: $M \leq M_{cr}^{cp}$.

3.9. Podsumowanie części II

O obliczeniowej nośności granicznej przekroju cienkościennego może decydować jego lokalne wyboczenie w najbardziej obciążonym segmencie pręta. Natomiast o wyboczeniu lokalnym przekroju z reguły decyduje najsłabsza płyta (ścianka), którą w [1] nazwano „płytą krytyczną”. CP jest sprężysto zamocowana w RP (lub RPs) i na jej długości może występować zmienny rozkład naprężeń. Jedynie w tzw. przekrojach „zerowych” wg [1] nie występuje sprężyste zamocowanie ścianek składowych. W takim przypadku obliczenia można przeprowadzić, tak jak dotychczas, na podstawie koncepcji separacji swobodnie podpartych elementów płytowych. Natomiast w wielu technicznie ważnych przypadkach występuje efekt sprężystego zamocowania płyt (ścianek) składowych, który (podobnie jak dla wyboczenia dystorsyjnego) można uwzględnić w modelu obliczeniowym. Uwzględnienie wpływu sprężystego zamocowania elementów płytowych i wzdłużnej zmienności naprężeń prowadzi do dokładniejszego modelu obliczeniowego.

W pracy [1] pokazano metodę wyznaczania „lokalnej” nośności krytycznej oraz nośności granicznej przekroju cienkościennego na podstawie zachowania się CP oraz sztywno z nią połączonej RP (lub RPs). Zastosowany w pracy podział przekrojów pop. na: 1) „proste”, 2) „pół-złożone” oraz, 3) „złożone”, umożliwia zidentyfikowanie CP w pierwszych dwóch typach na podstawie uproszczonego warunku (28). Sposób jednoznacznego wyznaczenia CP w przekrojach złożonych zostanie pokazany w odrębnym artykule.

Wskaźnik utwierdzenia krawędzi CP można oszacować w oparciu o założoną postać wymuszonego odkształcenia RP przy uwzględnieniu wpływu naprężeń ściskających w jej płaszczyźnie. Płytowe współczynniki wyboczeniowe (k) dla tak sprężysto zamocowanych i

zmiennie obciążonych na długości CP można wyznaczyć na podstawie następujących prac autora [2÷13]. Oszacowana na podstawie wyboczenia CP „lokalna” nośność krytyczna przekroju stanowi granicę ważności teorii prętów cienkościennych Własowa (o nieodkształcalnym konturze przekroju).

Do wyznaczenia obliczeniowej nośności granicznej przekroju cienkościennego można wykorzystać metodę szerokości efektywnej zastosowaną do poszczególnych płyt wg założeń przedstawionych w rozdz. 3.7 krok 11. Smukłości względne wyznacza się na podstawie odpowiednich naprężeń krytycznych. Dla CP są to naprężenia z uwzględnieniem wskaźnika utwierdzenia oraz wzdłużnej zmienności naprężeń. Dla RP można przyjąć na tej samej krawędzi swobodne podparcie oraz stały na długości rozkład naprężeń. Takie założenia pozwalają na technicznie wystarczająco dokładne wyznaczenie obliczeniowej nośności granicznej przekroju.

Zastosowanie w praktyce CPM wymaga upewnienia się, czy w rozpatrywanym przekroju cienkościennym zachodzi zgodność przemieszczeń (kątowność) i sił (momentów zginających) na krawędziach łączenia CP z RP (lub RPs). W obliczeniach technicznych można przyjąć, że zgodność ta występuje dla przekrojów giętych na zimno, walcowanych na gorąco oraz spawanych spoinami czołowymi o pełnym przetopie lub obustronnymi spoinami pachwinowymi. Natomiast zagadnienie sprężystego zamocowania ścianki składowej łączonej na jednostronną spoinę pachwinową (np. w przekroju skrzynkowym) wymaga jeszcze badań. W chwili obecnej można w przybliżeniu założyć, że zredukowany w tym przypadku wskaźnik utwierdzenia (κ^*) można oszacować ze wzoru: $\kappa^* = a \cdot \kappa / t_s$ (gdzie: a – grubość jednostronnej spoiny pachwinowej, κ – wskaźnik wyznaczony dla pełnej zgodności przemieszczeń i sił, t_s – grubość CP).

Pokazana w pracy [1] metoda umożliwia „ręczne” (lub zapisane w arkuszach kalkulacyjnych) wyznaczenie lokalnej nośności krytycznej oraz obliczeniowej nośności granicznej cienkościennych przekrojów pop. przy relatywnie niewielkim nakładzie pracy. Umożliwia to np. projektowanie wstępne oraz prostą weryfikację obliczeń MES.

Za moje najważniejsze osiągnięcia naukowo-badawcze uważam:

1. Podanie kryteriów odróżnienia prętów cienkościennych o „sztywnym konturze przekroju”, spełniających założenia teorii prętów cienkościennych Własowa w całym obszarze sprężystym ($\sigma_c \leq f_y$), od prętów o „podatnym konturze przekroju”, które spełniają założenia teorii Własowa tylko w obszarze ograniczonym „lokalną” lub „dystorsyjną” nośnością krytyczną przekroju ($\sigma_c \leq \min\{\sigma_{cr}^L, \sigma_{cr}^D\}$).
2. Wykazanie, że z punktu widzenia wyboczenia lokalnego pręta cienkościennego ścianki składowe przekroju można analizować jako sprężystość zamocowane przeciw obrotowi płyty o różnych warunkach brzegowych na krawędziach podłużnych.
3. Wykazanie, że analizę stateczności lokalnej przekroju cienkościennego, w wielu technicznie ważnych przypadkach, można sprowadzić do analizy wyboczenia najsłabszej tzn. „krytycznej” płyty składowej (w danym stanie naprężenia) przy uwzględnieniu jej sprężystego zamocowania w sąsiedniej płycie usztywniającej (lub w sąsiednich płytach usztywniających).
4. Zdefiniowanie w przekroju cienkościennym „płyty krytycznej” i podanie warunków jej zidentyfikowania.
5. Zaproponowanie metody szacowania sztywności obrotowej krawędzi wzdłużnej „płyty krytycznej” na podstawie geometrii, warunków brzegowych i stanu naprężenia w sąsiedniej płycie usztywniającej. W metodzie tej istotnym parametrem jest długość wyboczeniowa „płyty krytycznej”.
6. Wykazanie, że w przypadku wzdłużnej zmienności naprężeń, tworzące się samorzutnie półfale lokalnego wyboczenia płyty (ścianki składowej) mają różną długość i zmienne (np. malejące) amplitudy. Zdefiniowanie „półfali krytycznej” oraz długości wyboczeniowej przy występowaniu wzdłużnej zmienności naprężeń.
7. Opracowanie wzorów aproksymacyjnych na długość wyboczeniową dla trzech technicznie ważnych typów płyt składowych przekroju pręta cienkościennego przy stałej na długości intensywności naprężeń. Wykazanie, że w przypadku wzdłużnej zmienności

- ści naprężeń „półfala krytyczna” ma mniejszą długość w stosunku do stałej intensywności naprężeń.
8. Wykazanie, że im większa jest długość wyboczeniowa „płyty krytycznej” tym mniejsze są naprężenia krytyczne i mniejsza jest „lokalna” nośność krytyczna przekroju cienkościennego.
 9. Wykazanie, że „sprzęgnięcie” (w funkcji ugięcia płyty przęsłowej) wielomianów „przegubowych” z wielomianami „utwierdzonymi” daje możliwość prostego uwzględnienia wpływu sprężystego zamocowania, którego stopień określa wskaźnik utwierdzenia κ wg wzoru (1).
 10. „Zbudowanie” takiej funkcji ugięcia płyty wspornikowej, którą można aproksymować złożoną postacią wyboczenia przy uwzględnieniu wskaźnika utwierdzenia krawędzi podpartej oraz wzdłużnej i poprzecznej zmienności naprężeń.
 11. Wyznaczenie licznych wykresów płytowych współczynników wyboczenia lokalnego (k) dla wielu technicznie ważnych przypadków sprężysto zamocowanych płyt składowych przekroju cienkościennego, których nie znaleziono w literaturze.
 12. Wyznaczenie postaci wyboczenia różnych typów „płyt krytycznych” przy wzdłużnej zmienności naprężeń. Opracowane w tym celu programy komputerowe umożliwią tablicowanie współczynników oraz graficzną prezentację wyników obliczeń (wykresy współczynników, postaci wyboczenia, długość wyboczeniowa „półfali krytycznej”, itd.)
 13. Wykazanie, że ze wzrostem wartości parametru $m_i > 0$ wzdłużnego rozkładu naprężeń:
1) rosną współczynniki wyboczeniowe k , 2) skróceniu ulega długość wyboczeniowa „półfali krytycznej”, 3) maleje liczba i amplituda kolejnych (na długości płyty) półfal wyboczenia, 4) maksymalne ugięcia „półfali krytycznej” występują od strony bardziej obciążonej krawędzi poprzecznej.
 14. Wyprowadzenie wzorów aproksymacyjnych płytowego współczynnika wyboczeniowego (k), które uwzględniają zarówno efekt wzdłużnej zmienności naprężeń jak rów-

nież efekt sprężystego zamocowania. Postać wzorów pozwala na ich proste zaprogramowanie w arkuszu kalkulacyjnym.

15. Wyznaczenie wykresów współczynników wyboczenia lokalnego i dystorsyjnego oraz obszarów interakcji obu postaci dla wybranych przypadków osiowo ściskanych płyt wspornikowych z podatnym usztywnieniem (typu III). W badaniach wykryto interakcyjne postacie wyboczenia lokalnego i dystorsyjnego.
16. Opracowanie metody „płyty krytycznej” (CPM) służącej do wyznaczania „lokalnej” nośności krytycznej oraz obliczeniowej nośności granicznej przekroju cienkościennego (w oparciu o metodę szerokości współpracującej) z uwzględnieniem dokładniejszego modelu obliczeniowego. W modelu tym uwzględniono efekt sprężystego zamocowania „płyty krytycznej” oraz efekt wzdłużnej zmienności naprężeń.

Uzyskane w jednotematycznym cyklu prac [1÷13] wyniki pozwalają na sformułowanie następujących **wniosków generalnych**:

- I. Odróżnienie prętów cienkościennych o „podatnym konturze przekroju” od prętów o „sztywnym konturze przekroju” ma zasadnicze znaczenie w prawidłowej interpretacji zjawisk towarzyszących wyczerpaniu nośności przekroju.
- II. Możliwa jest analiza stateczności lokalnej i nośności granicznej przekroju cienkościennego w oparciu o model obliczeniowy sprężyste zamocowanej „płyty krytycznej”.
- III. Uwzględnienie wzdłużnej zmienności naprężeń i wskaźnika sprężystego utwierdzenia prowadzi do wierniejszego odwzorowania zachowania się elementu cienkościennego w inżynierskim modelu obliczeniowym.
- IV. „Lokalna” nośność krytyczna przekroju cienkościennego stanowi granicę ważności klasycznej teorii prętów cienkościennych Własowa.
- V. Opracowana metoda „płyty krytycznej” (CPM) umożliwi obliczenia nośności przekroju cienkościennego z uwzględnieniem dokładniejszego modelu obliczeniowego.

5. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo – badawczych, wynalazczych oraz organizacyjnych

W 1991 roku obroniłem z wyróżnieniem pracę magisterską na temat *Energoaktywnych struktur przestrzennych*, której promotorem był prof. zw. dr hab. inż. Zbigniew Kowal dr h.c.

Początki mojej działalności naukowej i wynalazczej związane są z moim zatrudnieniem w Katedrze Budownictwa Metalowego i Teorii Konstrukcji na Wydziale Budownictwa Lądowego Politechniki Świętokrzyskiej w Kielcach. Przez wiele lat prace te realizowałem pod kierunkiem prof. Z. Kowala. Jednostka ta, nosząca obecnie nazwę Katedry Mechaniki, Konstrukcji Metalowych i Metod Komputerowych jest podstawowym miejscem mojego zatrudnienia i prowadzenia dotychczasowej działalności naukowo – badawczej i wynalazczej.

Moje zainteresowania badawcze związane były od początku podjętej na Uczelni pracy z konstrukcjami metalowymi w dwóch zasadniczych obszarach. Obszar pierwszy to *metalowe konstrukcje energoaktywne*, przystosowane do czynnego pozyskiwania energii cieplnej z promieniowania słonecznego. Badania na ten temat prowadzę do tej pory wspólnie z prof. Z. Kowalem. Drugim obszarem moich zainteresowań badawczych jest zachowanie się metalowych konstrukcji cienkościennych wrażliwych na lokalne zjawiska niestateczności. W szczególności zająłem się prętowymi elementami cienkościennymi o podatnym konturze przekroju (klasy 4.). W takich elementach, po lokalnej (miejscowej) lub dystorsyjnej utracie stateczności traci ważność teoria prętów cienkościennych Własowa.

5.1. Działalność naukowo – wynalazcza prowadzona przed uzyskaniem stopnia doktora.

W pierwszym okresie mojej działalności naukowej, realizowanej pod kierunkiem prof. Z. Kowala, zająłem się teorią *metalowych konstrukcji energoaktywnych*, tzn. konstrukcji przystosowanych do czynnego pozyskiwania, chwilowego magazynowania i transportu energii cieplnej z promieniowania słonecznego. Rozpatrywane konstrukcje energoaktywne mają zastosowanie do budowy przekryć dachowych obiektów typu halowego, zwłaszcza przekryć strukturalnych hal oraz obiektów użyteczności publicznej, przekryć łukowych hal widowiskowo - sportowych, dworcowych, wystawowych, oraz dachów hal o konstrukcji wiązarowo-płatwiowej. Samodzielnie opracowałem również koncepcję *stropodachów energoaktywnych* mających potencjalne zastosowanie w budownictwie ogólnym i mieszkaniowym.

Znane powszechnie kolektory słoneczne zbudowane są z absorbera, izolacji termicznej, przegrody szklanej oraz sztywnej obudowy stanowiącej konstrukcję nośną urządzenia. Do najważniejszych niedogodności znanych rozwiązań zalicza się to, iż kolektory te mają z reguły postać płaskich elementów wymagających oddzielnych powierzchni do ich zainstalowania oraz dodatkowych konstrukcji wsporczych.

Natomiast zasadniczą ideą zastosowaną w *metalowych konstrukcjach energoaktywnych* jest wykorzystanie „wewnętrznej” przestrzeni konstrukcyjnej przekrycia dachowego do absorbowania, chwilowego magazynowania i transportu ciepła wraz z zawartym w tej przestrzeni powietrzem. Na przykład, w przekryciach strukturalnych, absorbery z blachy fałdowej umieszcza się w płaszczyźnie pasów dolnych, a szklaną przegrodę umieszcza się, od strony padania promieniowania słonecznego, w płaszczyźnie pasów górnych. Zastosowanie szkła ogranicza konwekcyjne straty ciepła oraz umożliwia wykorzystanie „efektu szklarniowego”. W absorberach wykorzystuje się metodę fototermiczną polegającą na pochłanianiu energii promienistej słońca przez płyty pochłaniające i zamianę jej w ciepło. Ciepło absorbera jest przekazywane powietrzu zawartemu wewnątrz „zamkniętej” przestrzeni konstrukcji energoaktywnej. Przestrzeń ta służy do akumulacji, chwilowego magazynowania i transportu ciepła wraz z zawartym w niej ogrzonym powietrzem.

Koncepcję oraz podstawy *metalowego budownictwa energoaktywnego* opracowano i przedstawiono w następujących patentach, artykułach oraz materiałach konferencyjnych.

1. Z. Kowal, **A. Szychowski**, Patent nr 166877 „Budowlana struktura przestrzenna do pozyskiwania energii cieplnej” (patent ogłoszono 30.06.1995), (*mój udział 50%*).
2. Z. Kowal, **A. Szychowski**, Patent nr 168709 „Budowlane przekrycia łukowe do pozyskiwania energii cieplnej”, (patent ogłoszono 29.03.1996), (*mój udział 50%*).
3. Z. Kowal, **A. Szychowski**, Patent Nr 182933 „Budowlany dach wiązarowo-płatwiowy do pozyskiwania energii cieplnej”, (patent ogłoszono 31.05.2002), (*mój udział 50 % = 12,5 pkt.*).
4. **A. Szychowski**, Patent Nr 202436 „Budowlany stropodach do pozyskiwania energii cieplnej” (patent ogłoszono 30.06.2009), (*mój udział 100 % = 25 pkt.*).
5. Z. Kowal, **A. Szychowski**, Patent Nr 219778 „Urządzenie do pozyskiwania i magazynowania energii cieplnej” (decyzja o udzieleniu patentu z dnia 12.11.2014), Wynalazek nagrodzony w Konkursie Świętokrzyski Racjonalizator, Kielce dn. 12.12.2013, (*mój udział 60% = 15 pkt.*).

6. Z. Kowal, **A. Szychowski**, Prawo ochronne na wzór użytkowy Nr 56683: "Absorber promieniowania słonecznego", z dnia 03.11.1993, (*mój udział 50%*).
7. **A. Szychowski**, M. Siedlecka, Zgłoszenie patentowe Nr A1 405341 „Budowlana konstrukcja przekrycia hali, ze stalowych elementów pełnościennych do pozyskiwania energii cieplnej”, (z dnia 16.09.2013) , w trakcie postępowania przed UP. Wynalazek nagrodzony w Konkursie Świętokrzyski Racjonalizator, Kielce dn.09.10.2014, (*mój udział 50 % - 1pkt.*).
8. **A. Szychowski**, P. Obara, Zgłoszenie patentowe Nr A1 410059 „Element konstrukcyjny przegrody metalowo – szklanej”, (z dnia 07.11.2014), w trakcie postępowania przed UP, (*mój udział 50 % - 1pkt.*)
9. Z. Kowal, **A. Szychowski.**: „Energooaktywne struktury przestrzenne”, Inżynieria i Budownictwo 1/93, (*mój udział 50%*).
10. Z. Kowal, **A. Szychowski.**: „Energooaktywne przekrycia łukowe”, Inżynieria i Budownictwo 6/94, (*mój udział 50%*).
11. Z. Kowal, **A. Szychowski.**: „Struktury słoneczne w budowie hal” , Inżynieria i Budownictwo 9/95, (*mój udział 50%*).
12. Z. Kowal, M. Siedlecka, R. Piotrowski, K. Brzezińska, K. Otwinowska, **A. Szychowski**, „Shapes of energy-active segments of steel buildings”, Archives of Civil Engineering, Vol. LXI, Issue 3/2015, s.119 – 132, (*mój udział 16% - 2.5 pkt.*).
13. Z. Kowal, **A. Szychowski.**: „Energy – Active Spatial Structures”, First International Seminar on Structural Morphology , Montpellier, Francja 1992, (*mój udział 50%*).
14. Z. Kowal, **A. Szychowski.**: „Energooaktywne struktury łukowe jako przekrycia dachowe”, XXXVIII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1992, (*mój udział 50%*).
15. Z. Kowal, **A. Szychowski.**: "Solar Structures in the Construction of Halls” , Solar World Congress, Budapeszt 1993, (*mój udział 50%*).

W wyżej wymienionych pracach wykazano, że wykorzystanie powietrza do akumulacji i transportu energii cieplnej powoduje, że szacowane, łączne koszty budowy i eksploatacji *energooaktywnych konstrukcji metalowych* pomyślanych jako „pułapki” energii słonecznej mogą być mniejsze niż koszty budowy i eksploatacji analogicznych konstrukcji konwencjonalnych. Powietrze ogrzane wewnątrz przestrzennej *konstrukcji energooaktywnej* może być wykorzystywane np. do ogrzewania pomieszczeń, suszenia lub magazynowane.

Podstawowym problemem występującym w *konstrukcjach energooaktywnych*, w naszej szerokości geograficznej jest to, że maksymalne zyski ciepłe uzyskuje się w okresie wiosenno – letnim, a podstawowe zastosowanie ciepła do ogrzewania obiektu występuje w okresie

jesiennie – zimowym. Konieczne jest zatem zmagazynowanie ciepła i jego odzysk w okresie zimnym. Problem skutecznego i jednocześnie taniego magazynowania energii cieplnej jest obecnie przedmiotem wielu badań naukowców z różnych krajów.

W chwili obecnej, możliwe jest magazynowanie energii cieplnej w urządzeniach grzewczych, zasobnikach porowatych (np. złożach skalnych), lub w chemicznych magazynach ciepła. W tym zakresie, badania zespołu (Z. Kowal, A. Szychowski) doprowadziły do opatentowania „Urządzenia do pozyskiwania i magazynowania energii cieplnej” (Patent Nr 219778).

Szczególną zaletą *metalowych konstrukcji energoaktywnych*, w których uzyskana energia jest akumulowana i transportowana przez przepływające powietrze, są niewielkie wymagania dotyczące szczelności „kanałów” transportowych w porównaniu do kolektorów z płynnym czynnikiem akumulacyjno - transportowym. Szczelność zapobiegającą stratom ciepła i przenikaniu wód opadowych można uzyskać metodami konwencjonalnymi, stosowanymi w budownictwie powszechnym. Również ochrona przed korozją oraz dobór gatunków stali na *konstrukcje energoaktywne* z czynnikiem powietrznym odpowiada rozwiązaniom konwencjonalnym stosowanym w budownictwie metalowym.

Zasadniczym efektem wdrożenia koncepcji *Energoaktywnych konstrukcji metalowych* jest zmniejszenie kosztów budowy kolektorów słonecznych jako oddzielnych urządzeń. Przestrzenna konstrukcja dachów metalowych budowli halowych lub stropodachów przystosowanych do pozyskiwania energii cieplnej, w porównaniu z kolektorami płaskimi, daje większe możliwości swobodnego kształtowania przekryć budowli, zwłaszcza o większych rozpiętościach. Pozwala uzyskać znacznie większą powierzchnię absorpcji, znaczną objętość akumulacji ciepła niskotemperaturowego wraz z zawartym wewnątrz powietrzem oraz dużą nośność i sztywność konstrukcji.

W przeprowadzonych badaniach wykazano, że możliwe jest także takie przekształcenie niektórych typów już istniejących budowli typu halowego, jako obiektów energetycznie „biernych”, w *konstrukcje energoaktywne*. Szacowane koszty przebudowy i późniejszej eksploatacji *konstrukcji energoaktywnej* mogą w niektórych przypadkach być niższe od kosztów eksploatacji konstrukcji „biernej” energetycznie w całym okresie użytkowania obiektu. Ponadto w tym przypadku występują dodatkowe korzyści związane z ochroną środowiska, które w obecnej dobie zyskują i nadal będą zyskiwać na znaczeniu.

Korzyścią nadrzędną wdrożenia do przemysłu budowlanego *konstrukcji energoaktywnych* jest szeroko rozumiana ochrona środowiska naturalnego człowieka, w szczególności: a) redukcja emisji gazów cieplarnianych i zanieczyszczeń, b) znaczny wzrost wykorzystania odnawialnych źródeł energii, c) stosunkowo tania produkcja ekologicznie czystej energii

cieplnej, d) redukcja zapotrzebowania na energię w budownictwie, e) integracja odnawialnych źródeł energii z konwencjonalnymi systemami energetycznymi.

Oprócz zagadnień związanych z *metalowymi konstrukcjami energoaktywnymi*, w okresie przed uzyskaniem stopnia doktora, zajmowałem się również: 1) interakcją ściskania i zginania z warunku wybożenia ogólnego prętowych elementów metalowych, 2) metodami doświadczalnymi wyznaczania obciążeń krytycznych w prętach i płytach obciążonych losowymi imperfekcjami geometrycznymi, oraz 3) interakcją ściskania i zginania z warunku wybożenia lokalnego metalowych przekrojów skrzynkowych.

5.2. Działalność naukowo – badawcza związana z uzyskaniem stopnia doktora

Pracę doktorską p.t. „*Lokalna nośność krytyczna nieswobodnie skręcanych prętów cienkościennych o przekroju otwartym*” obroniłem w dniu 24 października 2001 r. Promotorem pracy był prof. zw. dr hab. inż. Zbigniew Kowal dr h.c. Recenzentami w przewodzie doktorskim byli: prof. dr hab. inż. Kazimierz Rykaluk oraz prof. dr hab. inż. Gustaw Rakowski.

W pracy doktorskiej zająłem się badaniami teoretycznymi i doświadczalnymi nieswobodnie skręcanych i dyskretnie uźebrowanych prętów o otwartych przekrojach cienkościennych. W takich elementach zaobserwowałem zjawisko lokalnej utraty stateczności ścianek jedynie od nieswobodnego skręcania tzn. bez udziału innych składowych obciążenia przekroju. Wykazałem, że wyznaczanie nośności tej klasy elementów cienkościennych na podstawie klasycznej teorii prętów cienkościennych Własowa w zakresie sprężystym jest ograniczone „lokalną” nośnością krytyczną przekroju. Zdefiniowałem „lokalny bimoment krytyczny” (B_{cr}^L) stowarzyszony z lokalną utratą stateczności pręta cienkościennego. Na podstawie B_{cr}^L wyznaczyłem nośność krytyczną badanych elementów mierzoną zewnętrznym obciążeniem skręcającym. Opracowałem metodę teoretycznego wyznaczania wycinkowych naprężeń krytycznych dla cienkościennego przekroju zetowego. Wykazałem, iż dla prętów o przekroju niesymetrycznym (względem osi) istnieją dwa lokalne bimomenty krytyczne w zależności od zwrotu (znaku) uogólnionego obciążenia skręcającego. Ponadto wyznaczyłem postacie lokalnej utraty stateczności dla nieswobodnie skręcanych prętów cienkościennych o przekroju zetowym. Przeanalizowałem także wpływ imperfekcji geometrycznych na lokalne przemieszczenia ścianek składowych przekroju. Rozwiązania teoretyczne sprawdziłem na modelach fizycznych.

W części doświadczalnej, przeprowadziłem badania swobodnie podpartego pręta cienkościennego o niesymetrycznym (względem osi) przekroju zetowym, obciążonym skupionym momentem skręcającym w środku rozpiętości kolejno o przeciwnych zwrotach. Opracowałem metody doświadczalnego szacowania nośności krytycznej (z warunku lokalnej utraty stateczności) na podstawie ścieżki lokalnej równowagi statycznej ścianki przekroju cienkościennego. Doświadczalną nośność krytyczną modeli badawczych porównałem z rezultatami teoretycznymi potwierdzając efektywność przyjętego modelu obliczeniowego badanego zjawiska. Potwierdziłem, że po lokalnej utracie stateczności przekroju traci ważność klasyczna teoria pręta cienkościennego Własowa. Ponadto wykazałem, iż o zwiększeniu lub zmniejszeniu lokalnej nośności krytycznej pręta cienkościennego o przekroju niesymetrycznym (np. zetowym) decyduje ustawienie geometrii przekroju względem zwrotu obciążenia skręcającego. Zaprezentowane w pracy wyniki umożliwiają m.in. optymalne żebrowanie skręcanych prętów cienkościennych o przekroju zetowym w zależności od zwrotu obciążenia skręcającego.

5.3. Inna działalność naukowo – badawcza po uzyskaniu stopnia doktora

Po uzyskaniu stopnia doktora, oprócz zagadnień związanych z w/w osiągnięciem naukowym, zajmowałem się również:

- 1) lokalnym wyboczeniem nieswobodnie skręcanych prętów cienkościennych (2 publikacje, w tym jedna wspólnie z Z. Kowalem),
- 2) sztywnością połączenia różnych typów przekryć dachowych (3 publikacje, wspólnie z Z. Kowalem, R. Piotrowskim, K. Otwinowską i K. Brzezińską),
- 3) konstrukcją węzłów w kratownicach z rur kwadratowych i prostokątnych, (patent, wspólnie z Z. Kowalem),
- 4) wyboczeniem dystorsyjnym prętów cienkościennych (3 publikacje, samodzielnie),
- 5) zwichrzeniem belek dwuteowych, w tym sprężycie zamocowanych w węzłach podporowych (2 publikacje, wspólnie z R. Piotrowskim).

5.4. Działalność dydaktyczno – organizacyjna na rzecz Wydziału Budownictwa i Architektury PŚk po uzyskaniu stopnia doktora

Po obronie pracy doktorskiej zaangażowałem się również w dydaktykę, opracowanie i wprowadzenie nowych przedmiotów oraz szeroką działalność organizacyjną na rzecz Wydziału Budownictwa i Architektury. Miedzy innymi opracowałem nowe treści programowe i

prowadziłem zajęcia z następujących przedmiotów: Metalowe konstrukcje cienkościennie (wykład, projektowanie), Diagnostyka i wzmacnianie konstrukcji stalowych (wykład, projektowanie), Stateczność, nośność i wytrzymałość konstrukcji w fazie montażu (projektowanie), Bezpieczeństwo i niezawodność systemów konstrukcyjnych (projektowanie), Wybrane zagadnienia z konstrukcji metalowych (projektowanie), Laboratorium konstrukcji metalowych (ćwiczenia laboratoryjne).

Dotychczas byłem również promotorem wielu prac dyplomowych magisterskich (łącznie 68 dyplomantów).

W latach 2002-2004 zorganizowałem Laboratorium Konstrukcji Metalowych. Opracowałem m.in. 16 prostych modeli dydaktycznych pokazujących zjawiska zachodzące w mechanice konstrukcji (przemieszczenia, różne typy wyboczenia ogólnego, dystorsyjnego i lokalnego, zwichrzenie belek, drgania konstrukcji, sztywność na skręcanie, połączenia elementów, zjawiska zachodzące w fazie montażu itd.). Modele te znakomicie ułatwiają zrozumienie przez studentów różnych zjawisk fizycznych zachodzących w konstrukcjach metalowych.

Brałem również czynny udział w pracach Komisji Wydziałowych, Uczelnianej Rady ds. Jakości Kształcenia oraz dwukrotnie w pracach związanych z przygotowaniem Raportu Samooceny kierunku Budownictwo i jego akredytacji. Jestem współautorem wdrożonego na Wydziale systemu kształtowania jakości edukacji.

Działalność organizacyjna:

1. Praca w zespole (zastępca kierownika) przygotowującym Raport Samooceny kierunku „Budownictwo” do akredytacji przez Państwową Komisję Akredytacyjną – rok 2003. (Raport został oceniony przez Zespół Oceniający jako najlepszy z raportów dotychczasowych).
2. Organizacja Laboratorium Konstrukcji Metalowych (lata 2002 – 2004), funkcja kierownika Laboratorium (lata 2004 – 2008). Opracowanie modeli dydaktycznych.
3. Praca w zespole opracowującym uczelniany System Jakości Kształcenia na Politechnice Świętokrzyskiej – rok 2004.
4. Opracowanie i wprowadzenie nowych przedmiotów: Stateczność, nośność i wytrzymałość konstrukcji w fazie montażu, Bezpieczeństwo i niezawodność systemów konstrukcyjnych, Wybrane działy z konstrukcji metalowych, Metalowe konstrukcje cienkościennie, wspólnie z prof. Z. Kowalem (lata 2004 – 2006).
5. Pełnienie funkcji pełnomocnika Dziekana do spraw tzw. „przedmiotów komputerowych” (lata 2005 - 2006).

6. Członek Wydziałowej Komisji Programowej ds. dostosowania „siatek” przedmiotów i programów dydaktycznych do nowych standardów kształcenia (lata 2007 - 2009).
7. Od 01.03.2007 do 30.09.2011, kierownik Zakładu Konstrukcji Metalowych w Katedrze Mechaniki, Konstrukcji Metalowych i Metod Komputerowych.
8. Kierownik zespołu przygotowującego Raport Samooceny kierunku „Budownictwo” do akredytacji przez Państwową Komisję Akredytacyjną – rok 2008/09.
9. Od 01.01.2010 do 30.09.2011 P/O kierownik Katedry Mechaniki, Konstrukcji Metalowych i Metod Komputerowych.
10. Organizacja Laboratorium Metalowych Konstrukcji Cienkościennych (lata 2013 – 2014), funkcja kierownika Laboratorium (od roku 2014 do chwili obecnej).

6. Krótkie podsumowanie osiągnięć

Tabela. Zestawienie opublikowanych prac **po uzyskaniu stopnia doktora** oraz liczba punktów wg MNiSW przypadająca na habilitanta wg udziału procentowego (zestawienie szczegółowe podano w Załączniku 3)

Lp.	Rodzaj pracy	Liczba prac po uzyskaniu stopnia doktora	Liczba punktów wg MNiSW przypadająca na habilitanta
1.	Artykuły w czasopismach w bazie JCR	4	107.5
2.	Uzyskane patenty krajowe	6	105
3.	Artykuły w czasopismach o zasięgu międzynarodowym, nie umieszczonych w bazie JCR	4	39.75
4.	Publikacje w recenzowanym czasopiśmie wymienionym w wykazie ministra MNiSW (część B)	9	31.5
5.	Rozdziały w monografiach	3	8
6.	Zgłoszenia wynalazków	7	16.2
7.	Pozostałe artykuły w czasopismach i materiałach konferencyjnych	7	0
8.	Prace ogółem	40	308

Andrzej Szychowski